

### 1. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory

**1.1. Język matematyki** (s. 13): 1. a) P b) P c) F d) P 2. Maciek

**1.2. Zbiory i działania na zbiorach** (s. 17): 2.  $A = E$  3. a)  $\{-5, -3, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  b)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$  c)  $\emptyset$  d)  $\{2, 4, 6, 8\}$  4.  $\{-1, 0, 1\}, \{0, 1\}, \{-1, 1\}, \{-1, 0\}, \{1\}, \{-1\}, \{0\}, \emptyset$  5. 0, 1, 2, 3, 4 6.  $A \setminus B$  7. 9 – tylko samochodem, 1 – tylko autobusem, 0 – tylko rowerem 9. 0

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 18): 1.  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42\}$ ,  $A \cap B = \{3, 6, 9, 12, 18, 36\}$ ,  $A \setminus B = \{1, 2, 4\}$ ,  $B \setminus A = \{0, 15, 21, 24, 27, 30, 33, 39, 42\}$  2.  $A \cup B = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7\}$ ,  $A \cap B = \{1, 3, 5\}$ ,  $A \setminus B = \{-3, -1, 7\}$ ,  $B \setminus A = \emptyset$  3. a) P b) P c) F 4. 0, 1, 2 5. 9

**1.3. Liczby naturalne i liczby całkowite** (s. 24): 1. a) 666, 810, 1728 b) 352, 448, 1456, 1728 c) 666, 810, 1728 d) 666, 810, 1728 2. a)  $7^2 \cdot 2, \{1, 2, 7, 14, 49, 98\}$  b)  $2^2 \cdot 31, \{1, 2, 4, 31, 62, 124\}$  c)  $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 23, \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 23, 42, 46, 69, 161, 322, 483, 966\}$  d)  $2^6 \cdot 3 \cdot 7, \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 14, 16, 21, 24, 28, 32, 42, 48, 56, 64, 84, 96, 112, 168, 192, 224, 336, 448, 672, 1344\}$  3. 2268 4. a) P b) P c) F 5. a)  $98 = 79 + 19$  b)  $184 = 173 + 11$  c)  $300 = 281 + 19$  d)  $480 = 421 + 59$  6. a) 100 b) 1 min 20 s 7. a) 173 b) 647 c) 1549 d) 2221 8. 720, nie 9. a) NWD = 2, NWW = 144 b) NWD = 7, NWW = 210 c) NWD = 9, NWW = 540 10.  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, \dots, 98\}$ ,  $A \cap B = \{10, 13, 16, \dots, 97\}$ ,  $A \setminus B = \emptyset$ ,  $B \setminus A = \{0, 1, 2, \dots, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18, \dots, 95, 96, 98\}$  **A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 25): 1.  $A \cap B = \{2\}$ ,  $A \setminus B = \{3, 5, 7, 11, \dots\}$ ,  $B \setminus A = \{0, 4, 6, 8, \dots\}$  2.  $\{1, 3, 11, 23, 33, 69, 253, 759\}$  3. 1526 4. 0 5. 15 i 14, 15 i -14, -15 i 14, -15 i -14

**1.4. Liczby wymierne i liczby niewymierne** (s. 30): 2. a) F b) F c) P d) F

3. a)  $\frac{2}{15}, \frac{4}{29}, \frac{3}{20}$  b)  $-\frac{3}{13}, -\frac{4}{19}, -\frac{6}{53}$  4. a) -4 b)  $1\frac{67}{144}$  c)  $1\frac{19}{24}$  d)  $\frac{1}{24}$  5. a)  $\frac{10}{9}$  b)  $\frac{1347}{1000}$  c) 1 d)  $\frac{4091}{990}$  6. a)  $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$  b)  $\{1, 2, 3, 4\}$  c)  $\{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1\}$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 31): 1. a), d) 2. 178 cm 3.  $3\frac{2}{13} < 3\frac{11}{57}$

4.  $\frac{2}{37} = \frac{1}{19} + \frac{1}{703}$

**1.5. Liczby rzeczywiste** (s. 33): 1. a) 0 b)  $10\frac{5}{7}$  c)  $-3\frac{29}{72}$  d)  $14\frac{8}{11}$  2. a) 0,  $\sqrt{9}$

b) 0, -3,  $\sqrt{9}$  c)  $0, -3, \frac{1}{3}, \sqrt{9}, \left(-\frac{1}{3}\right)^2, -2\frac{1}{2}$  d)  $\sqrt{7}$  3. a) C b) N c) C<sub>-</sub> d) R

6. a) 40 b)  $26\frac{2}{3}$  7.  $v_Z \approx 7,91 \frac{\text{km}}{\text{s}}, v_M \approx 3,54 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  8. 11 900 zł 9. a)  $4\sqrt{5}$

b)  $3\sqrt{3}$  c) 6

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 34): 1. a) 7 b) 0,5 c) 0,75 2. 154,80 zł

3. a) C<sub>+</sub> b)  $\emptyset$  c) R d) R 4.  $773\frac{1}{3}$  km

**1.6. Potęga o wykładniku całkowitym** (s. 37): 1. a)  $\frac{1}{6}$  b)  $7\frac{1}{7}$  c) 1 2. a) 1 b)  $1\frac{7}{9}$  c) -1

3. a)  $3^4$  b)  $2^{-4}$  c)  $2^0$  4.  $7,92 \cdot 10^{12}$  lat 5. a) ok. 1,37 parseka b)  $2,384046 \cdot 10^{19}$  km

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 38): 1.  $\left(3\frac{3}{4}\right)^{-1}$ ,  $(3,97)^0$ ,  $\left(-1\frac{2}{3}\right)^4$ ,  $\left(-\frac{3}{11}\right)^{-2}$ ,  $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$

2. pierwsza liczba 3. a)  $9\frac{1}{4}$  b)  $1\frac{9}{17}$  c) 216 4. 0,0321722 5. 5 6. a)  $5 \cdot 10^0$

b)  $1,175 \cdot 10^{15}$

**1.7. Wzory skróconego mnożenia** (s. 41): 2. a)  $(5a+4b)(5a-4b)$ ,  $(4x^2+6y)(4x^2-6y)$ ,

$(2\sqrt{2}a^3+5)(2\sqrt{2}a^3-5)$  b)  $(x-y+3)(x-y-3)$ ,  $[11xy+(2a+3b)][11xy-(2a+3b)]$ ,

$\left(\frac{x+y}{4}+\frac{x-y}{9}\right)\left(\frac{x+y}{4}-\frac{x-y}{9}\right)$  3. a)  $\left(\frac{1}{2}a-3b\right)^2$  b)  $(0,1x+10)^2$  c)  $(2ab-7a)^2$  f)  $(x-11)^2$

4. a)  $p=12$  b)  $p=4$  c)  $p=9$  d)  $p=27$  e)  $p=1$  f)  $p=75$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 42): 1. a)  $25x^2-70xy+49y^2$

b)  $27a^3+135a^2b+225ab^2+125b^3$  c)  $8a^3-27$  d)  $125a^3+225a^2b+135ab^2+27b^3$

e)  $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3$  f)  $x^6-9x^4+27x^2-27$  2. a)  $(3x+4)(9x^2-12x+16)$

b)  $(\sqrt{2}x+\sqrt{5}y)(\sqrt{2}x-\sqrt{5}y)$  c)  $(x-7)^2$  d)  $\left(3a-\frac{1}{2}b\right)\left(9a^2+\frac{3}{8}ab+\frac{1}{4}b^2\right)$

e)  $\left(\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}b\right)\left(\frac{1}{9}a^2-\frac{1}{6}ab+\frac{1}{4}b^2\right)$  f)  $\left(\frac{1}{6}x+\frac{3}{4}y\right)\left(\frac{1}{36}x^2-\frac{1}{8}xy+\frac{9}{16}y^2\right)$

3.  $8k^3-21k^2-2$ ,  $16\sqrt{2}-44$  4.  $24x^2+4x-5$

**1.8. Pierwiastek kwadratowy i pierwiastek sześcienny** (s. 46): 1.  $\sqrt[5]{12}$  2. a) 6 b) 4 c) -7

d) 18 3. a)  $16\sqrt{3}-5\sqrt{2}$  b)  $2\sqrt{7}-12\sqrt{2}$  c)  $\sqrt{5}-4\sqrt{3}$  d)  $12\sqrt[3]{2}+33$  4. a) -2

b)  $65-6\sqrt{14}$  c)  $18+12\sqrt{2}$  d)  $78+36\sqrt[3]{18}+54\sqrt[3]{12}$  5. a)  $\frac{\sqrt{21}}{2}$  b)  $\frac{4\sqrt{2}-1}{5}$  c)  $\frac{\sqrt{39}-13}{39}$

d)  $\frac{12+3\sqrt{3}}{13}$  e)  $\frac{\sqrt{35}-\sqrt{15}}{2}$  f)  $\frac{9\sqrt{15}+6\sqrt{6}+4\sqrt{10}+30}{37}$  6.  $x+y=5+\sqrt{5}$ ,  $x-y=1-5\sqrt{5}$ ,

$xy=-24+5\sqrt{5}$ ,  $\frac{x}{y}=-\frac{36}{41}+\frac{13}{41}\sqrt{5}$  7.  $6\sqrt{3}-3\sqrt{12}$ ,  $\sqrt[3]{216}$ ,  $3+\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}-2\sqrt{6}$ ,  $\sqrt[3]{3\sqrt{64}}$

8. pierwsza liczba mniejsza 9.  $2\sqrt{6}$  10. a)  $\frac{6\sqrt{3}+8\sqrt{6}-10\sqrt{2}+4}{23}$  b)  $1+\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{4}$

c)  $\frac{4-2\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{11}$  d)  $\frac{1+\sqrt[3]{3}}{2}$  11.  $\sqrt{39}$  12. a)  $r\sqrt{\pi}$  b)  $r\sqrt{2\pi}$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 47): 1.  $\sqrt{20}-\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{18}-\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{15}-\sqrt{11}$ ,  $\sqrt{14}-\sqrt{12}$

2. a)  $2\sqrt{6}+2\sqrt{3}$  b)  $98-24\sqrt{5}$  3.  $1\frac{12}{19}+\frac{10}{19}\sqrt{6}$  4. a)  $-6+3\sqrt{3} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{W}$

b)  $-4 \in \mathbf{W}$  c)  $-6 \in \mathbf{W}$  d)  $9-\sqrt{3} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{W}$  5.  $\frac{4-2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}{10}$

**1.9. Potęga o wykładniku wymiernym i rzeczywistym** (s. 51): 1. a) 15, 6,  $-7\frac{7}{8}$  b)  $3\frac{1}{2}$ ,  $9\frac{26}{27}$

c)  $3\frac{8}{9}$ ,  $-3\frac{7}{12}$  2. a)  $1\frac{1}{4}$  b) -3 c) 7,5 3. a)  $a^0$  b)  $3^3 \cdot 2^{-1} \cdot a^{-\frac{1}{4}}$  c)  $a^{\frac{37}{2}} \cdot b^{-\frac{17}{2}}$

4. a) 4 b) 8 c) 0,125 5. a)  $27^{\sqrt{2}}$  b)  $5^{\sqrt[3]{3}-\sqrt{3}}$  c)  $3^{2-\sqrt{2}}$  6. a) pierwsza liczba mniejsza  
b) pierwsza liczba mniejsza c) pierwsza liczba większa 7.  $2 = 2$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 52): 1. a) 27 b)  $\frac{\sqrt[5]{4}}{2}$  c)  $-6\frac{5}{12}$  2. a)  $7^{\frac{33}{20}}$

b)  $a^{-7k-\frac{1}{4}}$  3.  $2^{8\sqrt{3}-1}$

**1.10. Procenty** (s. 55): 1. a) 5 207 875 b) ok. 11,96% 2. ok. 2,69%, ok. 0,62%

3. Czechy – ok. 22,67%, Litwa – ok. 2,96%, morska – ok. 12,53% 4. 42,7 zł 5. 2000 zł

6. pierwszy sklep, o 46,15% 7. o 7,5% 8. ok. 30,7% 9. A – ok. 68,2%,

B – ok. 23,6%, o ok. 44,6, o ok. 189%

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 56): 1. 10,4% 2. 600 zł 3. podwyżka o ok. 6,67%

4. 17,65%

**1.11. Przedziały liczbowe** (s. 60): 4. a)  $\{0, 1\}$  b)  $(0; 2)$  c)  $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

6. a)  $C \cap D$  b)  $(D \setminus C) \setminus B$  c)  $(C \cup B) \setminus A$  d)  $D \setminus B$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 60): 1. a)  $(6; 7)$  b)  $(-\infty; 5)$  c)  $\{0, 1, 2, 3\}$

2. a)  $(-2; -1) \cup (-1; 0)$  b)  $\{0, 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  3.  $A \cup B = \mathbf{R}, A \cap B = \langle -3; 0 \rangle,$

$A \setminus B = (-\infty; -3), B \setminus A = \langle -1; +\infty \rangle$

**1.12. Wartość bezwzględna** (s. 67): 1. a)  $\frac{1}{27}, 0, \sqrt{5}-2$  b)  $\sqrt{5}-2, 3-\sqrt{3}, 8\frac{7}{8}$

2. a)  $2+3\pi$  b)  $3-\sqrt{2}$  c) 5 3. a)  $x \geq 0$  b)  $x = 0$  c)  $x \geq 0$  d)  $x \leq 0$  4. a)  $2-\sqrt{2},$   
 $2+\sqrt{2}$  b) -3 c) 0,68, 0,52 d) -1, -5 e) 6, 8 f) 2, -3 5. a)  $x \in (-\infty; -8) \cup \langle 2; +\infty \rangle$

b)  $x \in (1; 3)$  c)  $x \in \mathbf{R}$  d)  $x \in \langle -12; 0 \rangle$  e)  $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left\langle \frac{3}{2}; +\infty \right\rangle$  f)  $x \in (0,76; 0,84)$

6.  $n$  – nieparzyste,  $a < 0$  7. a)  $|x-3|=3$  b)  $|x-1|=5$  c)  $|x|=\sqrt{2}$  d)  $|x|=\sqrt{x^2}$

8. a)  $|x| > 2$  b)  $|x-2| \leq 5$  c)  $|x| \geq \sqrt[3]{4}$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 68): 1.  $3\sqrt{2} + \frac{5}{36} - \sqrt{11}$  2. pierwsza 3. a) -10, 12

b)  $x \in (-\infty; -31) \cup (-31; +\infty)$  4.  $x \in \langle 2; 6 \rangle$  5. a)  $|x-6,5|=3,5$  b)  $|x+1| < \pi - 3$

**1.13. Błąd przybliżenia** (s. 70): 1. a) 0,0231 b) 0,0142 c) 0,0018 2. brat Magdy – należy

włać ok. 50,6 l wody 3. a)  $\frac{2}{11}$  b)  $\frac{2}{9}$  4.  $\frac{209}{340}$  lub  $\frac{231}{340}$  5. 0,4, 1,2%

6. średnica  $\in (17,99; 18,01)$  mm, długość  $\in (25,98; 26,02)$  mm 7. ok. 32,5 km, 9,23%

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 71): 1. 17,87 2. 5,9% 3. 250, 70, 1250;  $1 < 3 < 5$

**1.14. Pojęcie logarytmu** (s. 75): 2. a)  $\frac{1}{2}, 0, 5$  b) -4,  $6, \frac{1}{4}$  3. a) 8, 4, 256,  $\sqrt[3]{100}, \frac{\sqrt{10}}{10}$

b) 3, 2, 2, 27, 27 c)  $3\frac{1}{2}$ , pozostałe:  $x \in \mathbf{R}_+ \setminus \{1\}$  4. a) 4 b) 7 c) 4 d) 1 5.  $\log_2 \sqrt[7]{8},$

$\log_3 \sqrt[4]{27}, \log \sqrt[3]{10000}, \log_3 81^7$  6. 300 kPa 7. a) 1 b) 19 c)  $\frac{1}{10}$  d) 16 e) 10 f) 9

8. a) 19, -13 b) 1 c)  $3, \frac{1}{3}$  d) brak rozw.

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 76): 1. a) -3 b) -4 c)  $-\frac{3}{4}$  d) 5 2. 8

3.  $\log_2 \sqrt[4]{\frac{a^2 b^6}{c^3}}$  4. 8

A gdyby matura była teraz? (s. 77):

ZESTAW I: 1. A 2. C 3. C 4. C 5. B 6. a) 2 b)  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 4, 5\}$

c)  $\{-4, -3, -2, -1\}$  7.  $\frac{11}{27}$  8.  $1370 - 86, 5\sqrt{2}$  9. 9,9 kg 10.  $5 - 4\sqrt{7}$

11.  $1 \cdot 10^{-9}$  12. c) 13.  $A \cup B = (-\infty; -6) \cup (0; +\infty), A \cap B = \langle 1; 5 \rangle$  14. B, A, D, C

15.  $161,29 \text{ m}^2$  16. a) 25,48 m b) wydłuży się o ok. 65,31%

ZESTAW II: 1. B, A, C 2. 0, 4, -4 3.  $137\sqrt{2} - 193$  4. a) nie b) tak c) tak

5.  $7\frac{9}{13}\%$ , Tomek - 42, Rafał - 39 6.  $A \cup B = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty), A \cap B = \langle 1; 5 \rangle$ ,

$A \setminus B = \emptyset, B \setminus A = (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (5; +\infty)$  8. a)  $k = -4$  b)  $k < -4$  9.  $0 + 2\sqrt{2}$

10. -2 11. a)  $10^{-5} \text{ g}$  b)  $\frac{14,44}{25\pi} \cdot 10^{28}$  13.  $-1 + \sqrt{2010}$  14. 9 i -8, 9 i 8, -9 i 8, -9 i -8

## 2. Wektory

2.1. Wektory w układzie współrzędnych (s. 86): 1.  $10(\sqrt{34} + \sqrt{53} + 9) \text{ km} \approx 221 \text{ km}$

2. A: (3, -10); B: (0, 4), (-6, -3), (4, 7);  $\overrightarrow{AB}$ : [1, -1], [-2, -5], [0, 0];

$\overrightarrow{BA}$ : [-1, 1], [2, -5], [-2, -3], [0, 0];  $|\overrightarrow{AB}|$ :  $\sqrt{2}, \sqrt{29}, \sqrt{13}, \sqrt{29}, 0$ ;

$|\overrightarrow{BA}|$ :  $\sqrt{2}, \sqrt{29}, \sqrt{13}, \sqrt{29}, 0$  3.  $\overrightarrow{AB} = [5, 3], \overrightarrow{BC} = [-4, 2], \overrightarrow{CA} = [-1, -5], \overrightarrow{AC} = [1, 5]$

4. B = (-6, 7) 5. N = (1, -2) 6. np. A = (0, 0), B = (-3, 2), C = (0, 3)

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 86): 1. [4, 3] 2. (0, 3) 3. a) 5 b)  $5\sqrt{5}$  4. [1, 2]

2.2. Wektory na płaszczyźnie (s. 88): 3. a)  $25\sqrt{5}$  b) 36 c) 12 d)  $9\sqrt{3}$  e) 15

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 89): 1. P: b), c)

2.3. Działania na wektorach na płaszczyźnie (s. 94): 3. a)  $\overrightarrow{BD} = \vec{w} + \vec{v}$  b)  $\overrightarrow{ED} = \frac{1}{3}(\vec{w} + \vec{v})$

c)  $\overrightarrow{CD} = \vec{w} - \vec{v}$  d)  $\overrightarrow{AE} = \vec{v} - \frac{1}{3}(\vec{w} + \vec{v})$

2.4. Działania na wektorach w układzie współrzędnych (s. 97): 1. a) [5, -7] b) [-5, 0]

c) [50, -24] d) [-4, 31] 2. a) [0, 0] b)  $2\sqrt{2}$  c)  $2\sqrt{2} + \sqrt{89} + 3\sqrt{5}$  3. a) [0, 0]

b)  $[-\frac{9}{2}, -2]$  4.  $-\frac{1}{2}$  5. nie 6.  $(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}), (\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}), (-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}), (-\frac{a}{2}, -\frac{a}{2})$

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 97): 1. [-8; 2] 2.  $P = (0, 1\frac{2}{3}), Q = (2, 2\frac{1}{3})$

3.  $(\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{6}), (\frac{a}{2}, -\frac{a\sqrt{3}}{6}), (-\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{6}), (-\frac{a}{2}, -\frac{a\sqrt{3}}{6})$

A gdyby matura była teraz? (s. 98):

ZESTAW I: 1. a)  $\vec{j} = [-4, 5]$  b)  $|\vec{v}| = \sqrt{41}$  3. a) D = (3, 1) b)  $|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{13}$

4. a)  $\vec{w} = 9\vec{x} - 3\vec{y}$  b)  $n = 9, m = -3$  6.  $|\vec{a}| = 5$  7.  $m = -3, n = -1$

### 3. Funkcja i jej własności

- 3.1. Pojęcie funkcji. Sposoby opisywania funkcji** (s. 105): **6.f:** a)  $D = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ,  $Z_w = \{0, 1, 2, 3\}$  b)  $(0, 0), (1, 0), (2, 1), (3, 2)$  c)  $-2$  i  $3$  – tak d) dla  $x = 0$  i  $x = 1$ ; **g:** a)  $D = \langle -3; 4 \rangle \setminus \{-2\}$ ,  $Z_w = \langle -3; 2 \rangle \cup \{0, 2\}$  b)  $(-3, -3), (0, 2), (3, 0), (4, 0)$  c)  $3$  – tak d) dla  $x \in \langle 3; 4 \rangle$ ; **h:** a)  $D = \langle -5; 5 \rangle$ ,  $Z_w = \langle -4; 3 \rangle$  b)  $(-5, -2), (-2, -3), (0, -4), (3, 0)$  c) tak d) dla  $x = -4, 5, x = 3$

7. a) np.

$x$	2	3	4
$y$	2	3	3

b) np.

$x$	-1	0	1
$y$	1	1	1

8. a)  $-5, -3, 1, 1 - 2\sqrt{2}$  b)  $0, 1, 3, 4\sqrt{2} - 5$  c)  $-1, 5, -\frac{2}{3}, 0, \frac{-5\sqrt{2}-2}{23}$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 107): **1.** np.  $y = \frac{1}{2}x^2, x \in \{0, 1, \dots, 9\}$

- 2.**  $Z_w = \{-9, -5, -1, 3, 7, 11\}$  **3.**  $f(-3) = 3,75, f(0) = 1,5, f(2) = 0$

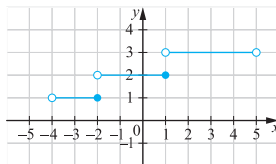
### 3.2. Wykres funkcji. Dziedzina i zbiór wartości funkcji

 (s. 111):

- 1. a)**  $D = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ,  $Z_w = \{-1, 2\}$ ,  $2, -1, 2, -1$  b)  $D = (-4; 5)$ ,  $Z_w = \{-2, 0, 2\}$ ,  $0, 0, 0, -2$  c)  $D = (-4; -2) \cup \langle -1; 1 \rangle \cup \langle 2; 4 \rangle$ ,  $Z_w = \langle -2; 4 \rangle$ ,  $-2, 0, -2, 0$  d)  $D = \langle -10; 15 \rangle$ ,  $Z_w = \langle -15; 10 \rangle$ ,  $10, 10, 10, 10$  **4. a)**  $D = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $Z_w = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $1, 3$  b)  $D = (-3; -1) \cup \{0\} \cup \langle 1; 5 \rangle$ ,  $Z_w = \{-2, 0, 2\}$ ,  $0$  c)  $D = (-4; -2) \cup \langle -2; 2 \rangle \cup \langle 2; 4 \rangle$ ,  $Z_w = (-2; 1) \cup \langle 2; 4 \rangle$ ,  $-3, 3$  d)  $D = \langle -4; 4 \rangle$ ,  $Z_w = \langle -3; 3 \rangle$ ,  $-1, 3$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 112): **1.**  $D = \{-5, -4\} \cup \langle -3; 4 \rangle$ ,  $Z_w = (-1; 5)$ ,

m. zerowe:  $x \in \langle -3; -1 \rangle$  i  $x = 2$  **3.** np.



- 3.3. Wzór funkcji. Dziedzina i zbiór wartości funkcji** (s. 115): **2. a)**  $D = \mathbf{R}$ ,  $Z_w = \langle 1; +\infty \rangle$  b)  $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ,  $Z_w = (0; +\infty)$  c)  $D = \mathbf{R}$ ,  $Z_w = \mathbf{R}$  d)  $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ,  $Z_w = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$  **3. a)**  $D = \langle -1; 3 \rangle \cup (3; +\infty)$  b)  $D = (-3; 0) \cup (0; 2)$  c)  $D = \mathbf{R} \setminus \{-2, 2\}$  d)  $D = \{2\}$  **4. a)**  $2, -2$  b)  $-3$  c) brak d) brak **5. a)**  $Z_w = \{-5, -1, 3, 7, 11\}$  b)  $Z_w = \langle 2; 2\sqrt{3} \rangle$  c)  $Z_w = (-2; +\infty)$  d)  $Z_w = \{-3, \sqrt[3]{-9}, 0, \sqrt[3]{9}, 3\}$  **6. a)**  $Z_w = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  b)  $Z_w = \{-1, 4, 9, 14, \dots\}$  c)  $Z_w = \{\dots, -16, -13, -10, -7\}$  **7.**  $y = x(50 - x)$ ,  $D = (0; 50)$

- 8. a)**

$x$	50	100	200
$y$	3	6	12

- b)  $D = \langle 0; 800 \rangle$  c) 30 l d) ok. 717 km e) tak

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 117): **1. a)**  $D = \mathbf{R}$  b)  $D = \langle -9; +\infty \rangle$  c)  $D = \mathbf{R} \setminus \{-2\}$

- 2. a)** 4 b)  $-4$  c) 3 **3.**  $Z_w = \{1 - 3\sqrt{2}, 1 - 2\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, 1, 1 + \sqrt{2}, 1 + 2\sqrt{2}\}$

- 3.4. Monotoniczność funkcji** (s. 122): **4. B** **5. a)** stała dla  $x \in \langle -6; 4 \rangle$  oraz  $x \in \{-3, -2, -1, 0\}$ , malejąca dla  $x \in (1; 5)$  b) rosnąca dla  $x \in \langle -3; 0 \rangle$  oraz  $x \in \langle 3; 4 \rangle$ , malejąca dla  $x \in \langle -7; -3 \rangle$ , stała dla  $x \in \langle 0; 3 \rangle$  c) rosnąca dla  $x \in (-4; -2)$  oraz  $x \in \langle 3; 5 \rangle$ , stała dla  $x \in \langle -2; 1 \rangle$ ,

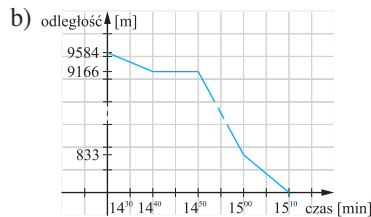
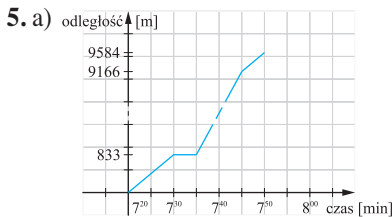
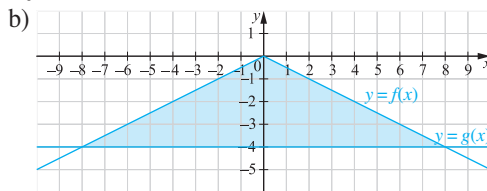
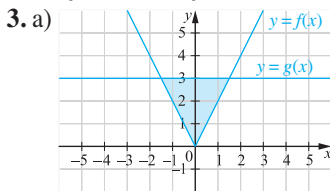
malejąca dla  $x \in \langle 1; 3 \rangle$  d) rosnąca dla  $x \in \langle -6; 0 \rangle \setminus \{-5, -4, -3, -2, -1\}$ , stała dla  $x \in (0; 5) \setminus \{3\}$  6. a) malejąca b) malejąca 7. a) tak b) tak c) nie  
**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 124): 4. a) monotoniczna przedziałami b) nie

**3.5. Odczytywanie własności funkcji z wykresu** (s. 128): 1. a) 5 km b) 2 km c) 40 min d) 20 km/h e) 5 min 2. a) po 8 godz. b) o  $6^{00}$  c)  $36^\circ$  d) między  $14^{00}$  a  $18^{00}$  w piątek e) między  $18^{00}$  a  $22^{00}$  w czwartek 4. a)  $y_{\min} = -7, y_{\max} = 7$  b)  $y_{\min} = 11$  c)  $y_{\min} = 1$  d)  $y_{\min} = -\frac{1}{4}$  6. a)  $y_{\min} = f(12), y_{\max} = f(-5)$  b)  $y_{\min} = f(2), y_{\max} = \text{brak}$

c)  $y_{\max} = f(-1), y_{\min} = \text{brak}$  d)  $y_{\min} = y_{\max}$  – wszystkie wartości są takie same

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 130): 1. a)  $y_{\min} = -2, y_{\max} = 4$  b)  $y_{\max} = 2, y_{\min} = \text{brak}$  c)  $y_{\min} = -2, y_{\max} = 0$  d)  $y_{\min} = -1, y_{\max} = 2$  e)  $y_{\min} = -1, y_{\max} = 3$  2.  $y_{\min} = -10, y_{\max} = 24$  3.  $y_{\min} = f(5), y_{\max} = \text{brak}$

**3.6. Rysowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach** (s. 135):



**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 136): 2. dodatnie dla  $x \in \langle -6; -4 \rangle$  oraz  $x \in \langle -3; 2 \rangle$ , ujemne dla  $x \in \langle -4; -3 \rangle$  oraz  $x \in \langle 2; 6 \rangle$  3.  $T_0 = 3, Z_w = \{0, 1, 2\}$ , m. zerowe to wielokrotności liczby 3

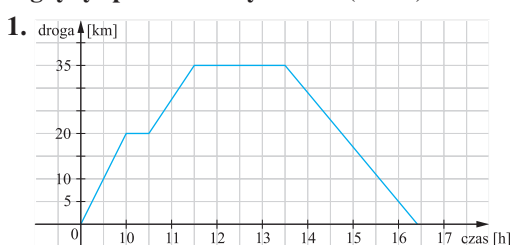
**3.7. Zastosowanie wiadomości o funkcjach w zadaniach praktycznych** (s. 140):

1. a) 12 godz. b) 300 km c) 4 godz. d) o 200% e) 37,5 km/h 2. a) 582 zł b) o ok. 22% c) wzrost: I–III, V–VII, IX–XII, spadek: III–V, VII–IX

3. a) euro – VI, dolar – I b) analogiczne zmiany z wyjątkiem miesiąca II (dolar spadał, euro rosło) c) I–V, VI–VII, VIII–XII, euro – analogiczne zmiany z wyjątkiem okresu I–II (wzrost)

4. a) maksymalny zysk – 1644,58 zł, maksymalna strata – 3296,60 zł.

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 141):



o  $16^{25}$ , 16 km/h

A gdyby matura była teraz? (s. 143):

**ZESTAW I:** 1. C 2. C 3. D 4. C 5. C 6.  $Z_w = \langle 0; +\infty \rangle, x = 3$  7. funkcja może mieć np. jedno, dwa lub trzy m. zerowe 9.  $x = -2, D_f = \mathbf{R} \setminus \{2\}, f(x) = \frac{x+2}{x^2+2x+4}$

10.  $y_{\min} = 3$  11. a) 10.XI b) ok. 22,2% c) 25.XI d) 10,19% 12.  $f(x) = x^2 - 4x$

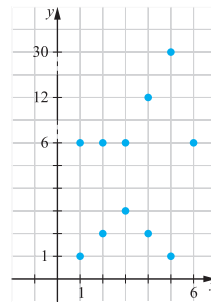
13.  $A = (-8; 4), B = (-\infty; -5) \cup (0; +\infty), A \cap B = (-8; -5) \cup (0; 4)$

**ZESTAW II:** 1. a) F b) F c) P d) F 2. np.  $f: (2, -2), (4, 0), (6, 2)$ , m. zerowe  $x = 4$ ;

$g: (2, 2), (4, -2), (6, 0)$ , m. zerowe  $x = 6$  3.  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x = 2n + 1, n \in \mathbf{C} \\ -1 & \text{dla } x = 2n, n \in \mathbf{C} \end{cases}$ ,

$D = \mathbf{C}, Z_w = \{-1, 1\}$

4. dla  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

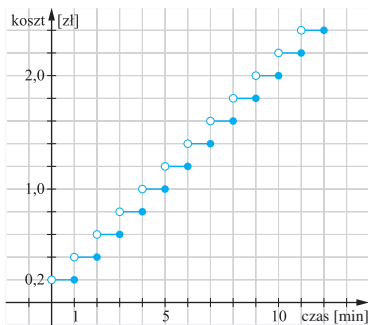


5. dla  $x \in (-\infty; -1)$  oraz  $x \in (1; +\infty)$

6.  $D = (0; 4), Z_w = (0; 16\pi)$

7. malejąca przedziałami

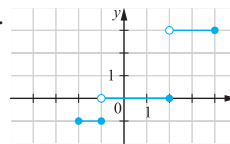
8. a)



b) do 5 min c) od 10 min 1 s do 11 min

9.  $D = \{4\}, x = 4, Z_w = \{0\}$

10. np.



### 4. Funkcja liniowa

4.1. Proporcjonalność prosta (s. 150): 1. a)  $\frac{n}{m}$  b)  $\frac{y}{n}$  c)  $xn$  2. 2 h 20 min 3. 90 kg

4. a) 8,7 kg b) 9,6 q 5. 435 kcal

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 150): 1. 165 km 2. a) 228,75 zł b)  $393 \frac{27}{61}$  km

3. 21 g krzemu, 24 g tlenu

4.2. Funkcja liniowa i jej własności (s. 158): 1. należy do wykresu funkcji b) 2. a)  $y = -x - 2$

b)  $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$  c)  $y = -\frac{1}{2}x + 1$  d)  $y = 1,5$  3. a)  $(0, 3), (-7,5, 0)$  b)  $(0, -2), (-8, 0)$

c)  $(0, 3), (3, 0)$  d)  $(0, -4)$  4. a)  $-\frac{1}{6}$  b)  $\frac{3}{2}$  c) 0 d)  $\frac{1}{3}$  5. a)  $y = -\frac{5}{4}x + \frac{23}{4}$

b)  $y = 0x - 1$  c)  $y = 0,7x + 8,6$  d)  $y = -1,2x - 0,2$  6. a)  $y = -2x + 6$  b)  $y = 3x$  c)  $y = 4$

d)  $y = \frac{1}{5}x - \frac{4}{5}$  7. a)  $-\frac{7}{4}$  b)  $-\frac{1}{8}$  c)  $-\frac{1}{10}$  d) nie ma takiego  $a$  e)  $-4$  8. a) 1 b)  $3\frac{2}{3}$  c)  $-4\frac{1}{3}$

c)  $-4\frac{1}{3}$  d)  $-\frac{2}{3}$  e) 6    9. a)  $m > 1$  b)  $m < 0$  c)  $m > \frac{\sqrt{3}}{2}$  d)  $m \in \mathbf{R}$     10. a)  $m < 0$

b)  $m < -\frac{3\sqrt{3}}{2}$  c)  $m < -\frac{2}{3}$  d) nie ma takiego  $m$     11. a) 0 b)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  c)  $-\frac{2}{5}$  d) 2, -2

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 159): 2. a)  $y = x - 4$  b)  $y = \frac{3}{5}x - \frac{24}{5}$     3.  $h$

4. a)  $m > \frac{2\sqrt{3}}{3}$  b)  $m > \sqrt[3]{2}$

**4.3. Równoległość i prostokątłość prostych** (s. 168): 1. a)  $3x - y + 4 = 0$  b)  $\frac{1}{2}x - y + 4 = 0$

c)  $x + 4y - 16 = 0$  d)  $-3x - y + 4 = 0$     2. a)  $y = -\frac{2}{3}x + 7$  b)  $y = x + 1$  c)  $y = 3x - 8$

3. a)  $-4x - 3y - 5 = 0$  b)  $x - y - 1 = 0$  c)  $2x + 11y = 0$  d)  $2x + 11y + 22 = 0$

4. a)  $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$  b)  $y = -x - 3$  c)  $y = -\frac{1}{3}x + 2$     5.  $D = (-6, 6)$ ,  $BD: y = -\frac{1}{3}x + 4$ ,

$AD: y = -3x - 12$     6. a) tak b) nie c) tak    7.  $7,5 \text{ j}^2$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 169): 1.  $(-3, 0)$ ,  $(0, -\frac{3}{2})$     2. a)  $x + 5y - 13 = 0$

b)  $2x + 3y + 6 = 0$  c)  $2x - 5y + 15 = 0$  d)  $3x - 2y + 6 = 0$     3. a)  $k i l, m i p$  b)  $k i t, l i t$

**4.4. Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego** (s. 171):

1. a)  $y = 10x + 20$  c)  $48^\circ$  d) 4 km    2. c) 825 zł d) 1200    3. a)  $S(t) = -135t + 546$   
c) 377,25 km

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 171): 1. b)  $y = 0,7x + 3360$  c) 13 860 zł

2. 373,15 K,  $-173,15^\circ\text{C}$

**4.5. Funkcja przedziałami liniowa** (s. 174): 2. a) rosnąca dla  $x \in \mathbf{R}$  b) malejąca dla  $x \in (-\infty; 2)$ ,

stała dla  $x \in \langle 2; +\infty \rangle$     3. a)  $-\frac{1}{2}, 3, 6$  b) 0    4. a) tak b) tak

5. np.  $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{dla } x \in (-\infty; -2) \\ \frac{1}{2}x + 3 & \text{dla } x \in (-2; +\infty) \end{cases}$ , np.  $g(x) = \begin{cases} -2 & \text{dla } x \in (-\infty; 2) \\ 5x - 12 & \text{dla } x \in (2; 3) \\ 3 & \text{dla } x \in \langle 3; +\infty \rangle \end{cases}$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 175): 1. -2, 0, rosnąca dla  $x \geq -\frac{1}{3}$

**4.6. Równania i nierówności liniowe. Interpretacja geometryczna nierówności liniowych** (s. 180):

2. a) 4 b)  $-\frac{3}{5}$     3. a) tak b) nie c) nie    4. a)  $7, -2\frac{9}{13}$  b)  $11, -1\frac{6}{11}$  c)  $-3\frac{1}{3}, 0$     5. 12, 8

6. a)  $x > 5$  b)  $x \geq 3$     7. a)  $x \in (-\infty; 2)$  b)  $x \in \langle \frac{1}{11}; +\infty \rangle$  c)  $x \in \langle \frac{5}{4}; +\infty \rangle$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 181): 1. a) 0,44% b) po 38 dniach    2. -2,5    3.  $\{2, 3, 5\}$

4.  $\{1, -5\frac{2}{3}\}$

**4.7. Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi** (s. 186): 1. a) brak rozw.

b) nieskończenie wiele rozw. c) (0, 1)    2. a)  $m = 4, n = 3$  b)  $m = 3, n = 1$  c)  $m = -1, n = 2$     3. a) dla  $m \neq 1$  jedno rozw., dla  $m = 1$  brak rozw. b) dla  $m \neq -8$  jedno rozw.,

dla  $m = -8$  brak rozw. c) dla  $m \neq \frac{\sqrt{3}}{3}$  i  $m \neq -\frac{\sqrt{3}}{3}$  jedno rozw., dla  $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$  lub  $m = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

brak rozw.    4. a)  $(-\frac{1}{6}, -1\frac{1}{2})$  b)  $x \in \langle 0; 2 \rangle, y = 2 - x$  c)  $(-9, 14), (-1, -2)$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 187): **1.**  $(3\frac{3}{43}, 3\frac{41}{43})$  **2.** a) nieskończenie wiele rozw.

b) brak rozw. c) jedno rozw. **3.** dla  $m \neq -\frac{15}{8}$  jedno rozw., dla  $m = -\frac{15}{8}$  brak rozw.

### 4.8. Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i układów równań

**liniowych** (s. 188): **1.** 22 zł, 5,04 zł **2.** 12 cm, 20 cm **3.**  $\frac{5}{3}$ ,  $13\frac{2}{3}$  **4.** 3 zł, 1,25 zł

**5.** 160 zł i 120 zł **6.** 7 i 3

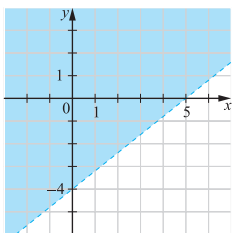
**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 189): **1.** 84 zł, 0,75 zł/1 km **2.** 25 **3.** 135 zł

### 4.9. Nierówności i układy nierówności stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi (s. 193):

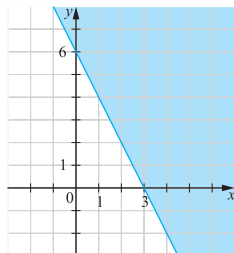
**3.** a)  $y \geq -x + 4$  b)  $x \leq 2$  c)  $y > 4x - 2$  **5.**  $y \geq x - 2, y \geq -x - 2, y \leq x + 2, y \leq -x + 2$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 193):

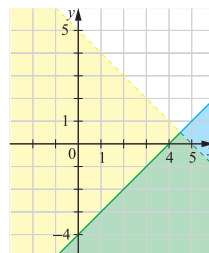
**1.** a)



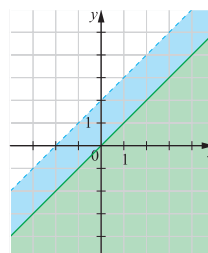
b)



**2.** a)



b)



**A gdyby matura była teraz?** (s. 194):

**ZESTAW I:** **1.** D **2.** D **3.** A **4.** D **5.** B **6.**  $l \approx 34,4$  m,  $H = 48$  m

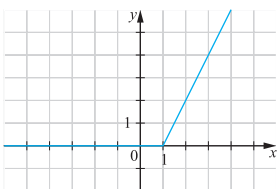
**7.** 7,35 kg, 7,35 kg, 6,3 kg **8.** b)  $y = -\frac{3}{2}x - 3$  **9.** 2-złotowych - 17, 5-złotowych - 9

**10.** b)  $S = 18 \cdot t$  c) 36 km **11.**  $y = -x + 2, y = x$  **12.** wpisowe 150 zł, 6 zł/1 godz.

**13.**  $n = 4, m = 5$

**ZESTAW II:** **1.**  $\frac{1}{3}$  **2.**  $y = 2x - 4\sqrt{2}, y = 2x + 4\sqrt{2}, y = -2x + 4\sqrt{2}, y = -2x - 4\sqrt{2}$

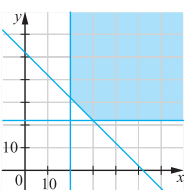
**3.**



nieskończenie wiele m. zerowych dla  $x \in (-\infty; 1)$

$$\mathbf{4.} m = 3 \quad \mathbf{5.} f(x) = \begin{cases} 3x + 7 & \text{dla } x \in (-4; -1) \\ -\frac{1}{3}x + 4 & \text{dla } x \in (-1; 3) \\ \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} & \text{dla } x \in (3; 5) \end{cases}$$

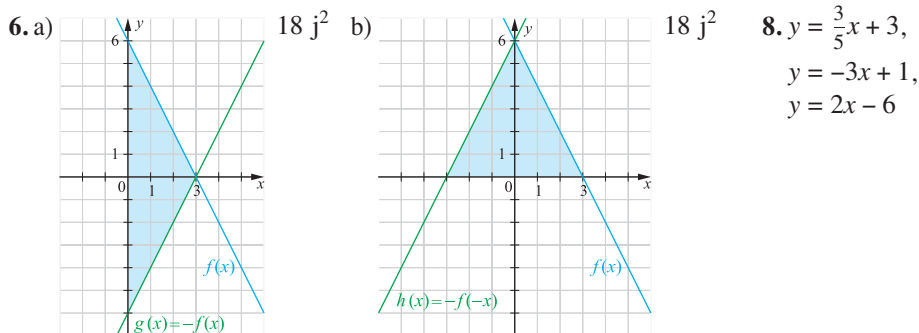
**6.**



**7.** liczba 71

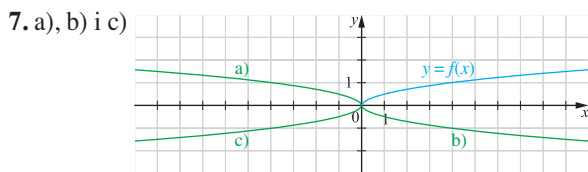
### 5. Przekształcanie wykresów funkcji

- 5.1. Symetria względem osi układu współrzędnych** (s. 200): **2.** a)  $y = 3x + 5$  b)  $y = 2x^2$   
 c)  $y = -2|x|$  d)  $y = x^3$  **3.** a)  $y = -\pi x - 1,5$  b)  $y = 3x^2 + 2$  c)  $y = -3|x| - x$  d)  $y = x^3 - x$   
**4.** rosnąca dla  $x \in \langle -2; 2 \rangle$ , malejąca dla  $x \in \langle -7; -4 \rangle$  oraz dla  $x \in \langle 2; 4 \rangle$ , stała dla  $x \in \langle -4; -2 \rangle$   
 a) rosnąca dla  $x \in \langle -7; -4 \rangle$  oraz dla  $x \in \langle 2; 4 \rangle$ , malejąca dla  $x \in \langle -2; 2 \rangle$ , stała dla  $x \in \langle -4; 2 \rangle$   
 b) rosnąca dla  $x \in \langle -4; -2 \rangle$  oraz dla  $x \in \langle 4; 7 \rangle$ , malejąca dla  $x \in \langle -2; 2 \rangle$ , stała dla  $x \in \langle 2; 4 \rangle$



- A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 202): **1.** względem osi  $x$ :  $A' = (-2, 2)$ ,  $B' = (3, -6)$ ,  
 $C' = (-5, 0)$ , względem osi  $y$ :  $A'' = (2, -2)$ ,  $B'' = (-3, 6)$ ,  $C'' = (5, 0)$  **2.** a)  $y = 10x - 4$   
 b)  $y = 10x + 4$  **4.**  $f$ :  $y = -2x - 9$ ,  $g$ :  $y = -2x + 9$

- 5.2. Symetria względem początku układu współrzędnych** (s. 205): **2.** a)  $y = 6x + 2$  b)  $y = x^2$   
 c)  $y = -2\sqrt{-x}$  d)  $y = -x^3$  **5.** a)  $f(x) > 0$  dla  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ ,  $g(x) < 0$  dla  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$   
 b)  $f(x) > 0$  dla  $x > 0$ ,  $g(x) < 0$  dla  $x < 0$  c)  $f(x) < 0$ , nie ma takiego  $x$ ,  $g(x) > 0$ , nie ma takiego  $x$   
 d)  $f(x) > 0$  dla  $x > 0$ ,  $g(x) < 0$  dla  $x < 0$  **6.** symetria względem  $(0, 0)$

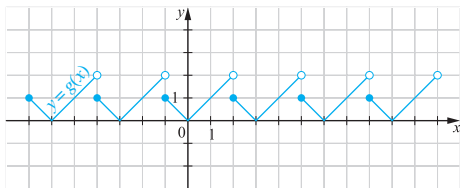


- A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 206): **1.**  $A' = (-7, 9)$ ,  $B' = (4, 10)$ ,  $C' = (-17, 0)$   
**3.**  $y = 12x + 2,3$  **5.**  $y = -\sqrt[3]{x} - 5$

- 5.3. Przesunięcia wykresu funkcji równoległe do osi  $x$  i do osi  $y$**  (s. 210): **2.** a)  $y = -2x - 2$   
 b)  $y = -|x - 3|$  c)  $y = \frac{4}{x-2} - 2$  d)  $y = \sqrt{x+4} + 3$  **3.** a)  $D = \mathbf{R}$ ,  $Z_w = \mathbf{R}$ ,  $y_1 = -3x - 6$ ,  
 $D_1 = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_1} = \mathbf{R}$  b)  $D = \mathbf{R}$ ,  $Z_w = (-\infty; 0)$ ,  $y_1 = -2|x| + 4$ ,  $D_1 = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_1} = (-\infty; 4)$   
 c)  $D = \langle 0; +\infty \rangle$ ,  $Z_w = \langle 0; +\infty \rangle$ ,  $y_1 = \frac{3}{x-3} - 3$ ,  $D_1 = \mathbf{R} \setminus \{3\}$ ,  $Z_{w_1} = \mathbf{R} \setminus \{3\}$  d)  $D = \langle 0; +\infty \rangle$ ,  
 $Z_w = \langle 0; +\infty \rangle$ ,  $y_1 = \frac{1}{2}\sqrt{x+3} + 2$ ,  $D_1 = \langle -3; +\infty \rangle$ ,  $Z_{w_1} = \langle 2; +\infty \rangle$  **4.**  $f$ . wyznaczona  
 niejednoznacznie, np. a)  $f(x) = 3x$ ,  $\vec{u} = [2, 1]$  b)  $f(x) = 2\sqrt{x}$ ,  $\vec{u} = [-2, 12]$  c)  $f(x) = |x^3|$ ,  
 $\vec{u} = [4, 2]$  d)  $f(x) = x^5$ ,  $\vec{u} = [0, -\sqrt{2}]$  **5.** a) przesunięcie  $f$  o  $\vec{u} = [-5, 0]$ ,  $f$ : rosnąca dla

- $x \in \langle 0; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; 0)$ ,  $g$ : rosnąca dla  $x \in \langle -5; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; -5)$  b) przesunięcie  $f$  o  $\vec{u} = [0, -5]$ ,  $f$ : rosnąca dla  $x \in \langle 0; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; 0)$ ,  $g$ : rosnąca dla  $x \in \langle 0; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; 0)$  c) przesunięcie  $f$  o  $\vec{u} = [-5, -5]$ ,  $f$ : rosnąca dla  $x \in \mathbf{R}$ ,  $g$ : rosnąca dla  $x \in \mathbf{R}$  d) przesunięcie  $f$  o  $\vec{u} = [-3, -3]$ ,  $f$ : malejąca dla  $x \in (-\infty; 0)$  i dla  $x \in (0; +\infty)$ ,  $g$ : malejąca dla  $x \in (-\infty; -3)$  i dla  $x \in (-3; +\infty)$
- 6. a)** przesunięcie  $f$  o  $\vec{u} = [-5, -2]$ ,  $Z_{w_f} = \langle 0; +\infty \rangle$ ,  $Z_{w_g} = \langle -2; +\infty \rangle$   
**b)** przesunięcie  $f$  o  $\vec{u} = [3, 2]$ ,  $Z_{w_f} = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_g} = \mathbf{R}$  c) przesunięcie  $f$  o  $\vec{u} = [2, -1]$ ,  $Z_{w_f} = \mathbf{C}$ ,  $Z_{w_g} = \mathbf{C}$   
**d)** przesunięcie  $f$  o  $\vec{u} = [-4, -3]$ ,  $Z_{w_f} = \{-1, 0, 1\}$ ,  $Z_{w_g} = \{-4, -3, -2\}$

- 7.** po przesunięciu – wykres funkcji parzystej lub nieparzystej w zależności od przypadku  
**9.**

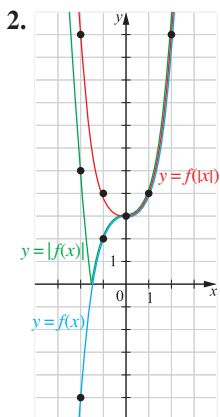


- A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 212): **2.**  $g(x) = x^2$ , przesunięcie o  $\vec{u}_1 = [6, 0]$  i  $\vec{u}_2 = [0, -3]$ ,  $g$ : rosnąca dla  $x \in \langle 0; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; 0)$ ,  $Z_{w_g} = \langle 0; +\infty \rangle$ ,  $f$ : rosnąca dla  $x \in \langle 6; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; 6)$ ,  $Z_{w_f} = \langle -3; +\infty \rangle$  **3.** np.  $y = -2$

- 5.4. Wykresy funkcji  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(|x|$ )** (s. 214): **3. a)**  $D_f = D_g = (-\infty; 0)$ ,  $Z_{w_f} = Z_{w_g} = \langle 0; +\infty \rangle$ ,  $x = 0$  b)  $D_f = D_g = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_f} = \{-1, 0, 1\}$ ,  $Z_{w_g} = \{0, 1\}$ ,  $x = 0$   
**c)**  $D_f = D_g = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_f} = \mathbf{C}$ ,  $Z_{w_g} = \mathbf{N}$ ,  $x \in \langle 0; 1 \rangle$  d)  $D_f = D_g = \mathbf{R} \setminus \{0\}$ ,  $Z_{w_f} = Z_{w_g} = (0; +\infty)$ , brak m. zerowych **4. a)**  $D_g = D_y = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_g} = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_y} = \langle -1; +\infty \rangle$ , m. zerowe  $g$ :  $x = 1$ ,  $y$ :  $x = 1$ ,  $x = -1$  b)  $D_g = D_y = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_g} = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_y} = (-\infty; 4)$ , m. zerowe  $g$ :  $x = 12$ ,  $y$ :  $x = 12$ ,  $x = -12$  c)  $D_g = D_y = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_g} = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_y} = \langle -2; +\infty \rangle$ , m. zerowe  $g$ :  $x = \sqrt[3]{2}$ ,  $y$ :  $x = \sqrt[3]{2}$ ,  $x = -\sqrt[3]{2}$  d)  $D_g = D_y = \mathbf{R}$ ,  $Z_{w_g} = Z_{w_y} = \{2\}$ , brak m. zerowych

- A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 215):

- 1.**  $Z_w = \langle 0; 6 \rangle$



- 3.**
- 
- $Z_w = \langle -1; 1 \rangle$ ,  
 $g$  rosnąca dla  $x \in \langle 0; 4 \rangle$ ,  
 $g$  malejąca dla  $x \in \langle -4; 0 \rangle$

- 4.**  $Z_w = \langle -2; +\infty \rangle$

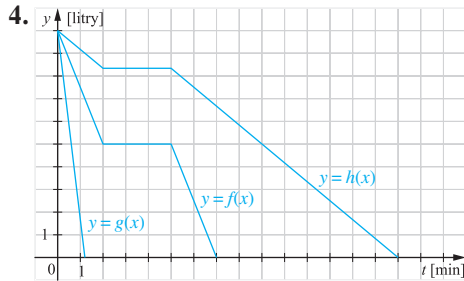
**5.5. Wykresy funkcji  $y = f(k \cdot x)$ ,  $y = k \cdot f(x)$ ,  $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  (s. 218):** 1. a)  $f(x) = -3x$

b)  $f(x) = 3|x|$  c)  $f(x) = 3x^3$  d)  $f(x) = \frac{3}{x}$ , monotoniczność się nie zmieniła 2. a)  $f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

b)  $f(x) = \left| \frac{1}{2}x \right|$  c)  $f(x) = -\frac{1}{4}x^3$  d)  $f(x) = \frac{1}{2x}$ , monotoniczność się nie zmieniła 3. a)  $D = \left\langle -\frac{1}{3}; \frac{4}{3} \right\rangle$ ,

$Z_w = \langle 0; 6 \rangle$  b)  $D = \langle -3; 12 \rangle$ ,  $Z_w = \langle 1; 6 \rangle$  c)  $D = \langle -1; 4 \rangle$ ,  $Z_w = \langle 4; 24 \rangle$

d)  $D = \langle -1; 4 \rangle$ ,  $Z_w = \left\langle \frac{1}{4}; \frac{3}{2} \right\rangle$



**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 218): 2. a) własności obu funkcji są takie same

b) własności obu funkcji są takie same 3. a)  $y = 8x^3$  b)  $y = \frac{1}{27}x^3$

**A gdyby matura była teraz?** (s. 219):

**ZESTAW I:** 1. B 2. B 3. C 4. A 5. A 6. a) F b) P c) P d) P

7. a)  $f(x) = x^2$  b)  $g(x) = (x-3)^2 + 4$ ,  $16\frac{1}{4}$ ,  $4\frac{4}{9}$ ,  $8 - 2\sqrt{3}$  8. należy 9.  $\Delta$  prostokątny,

równoramienny,  $x = 1$  10. tak dla  $x = 1$  lub  $x = -1$  11.  $\langle -1; 3 \rangle$  12.  $f$  malejąca

13. a)  $4j^2$  b)  $1j^2$  c) o 75% 14. a)  $f(x) = x$ ,  $g(x) = 2x$  b)  $y = 2x^2$  c) 18, 8, 2, 0, 2, 8, 18

**ZESTAW II:** 1. a) F b) P c) F d) F 2.  $\vec{u} = [5, -6]$  3. najmniejsza 2 dla  $x = 1$ , największa 20 dla  $x = 10$ ,  $Z_{wg} = \{4, 8, 12, 16, 20, 40\}$

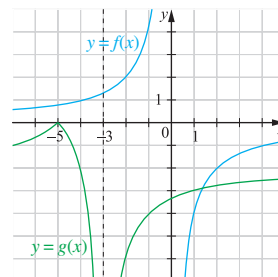
4. a)  $D_g = \dots \cup \left\langle -3; -2\frac{3}{4} \right\rangle \cup \left\langle -2; -1\frac{2}{3} \right\rangle \cup \left\langle -1; -\frac{1}{2} \right\rangle \cup \left\langle \frac{1}{2}; 1 \right\rangle \cup \left\langle 1\frac{2}{3}; 2 \right\rangle \cup \left\langle 2\frac{3}{4}; 3 \right\rangle \cup \dots$

b)  $h(x) = \begin{cases} -2 & \text{dla } x \in \dots \cup \left\langle -3; -2\frac{3}{4} \right\rangle \cup \left\langle -2; -1\frac{2}{3} \right\rangle \cup \left\langle -1; -\frac{1}{2} \right\rangle \\ 2 & \text{dla } x \in \left\langle \frac{1}{2}; 1 \right\rangle \cup \left\langle 1\frac{2}{3}; 2 \right\rangle \cup \left\langle 2\frac{3}{4}; 3 \right\rangle \cup \dots \end{cases}$

5. a) F b) P c) F 6. np.  $p = \sqrt{10}$ ,  $f_1(x) = -\sqrt{4+x}$ ,  $g_1(x) = -\sqrt{-3-x}$ , np.  $q = -\sqrt{10}$

7.  $Z_w = \langle -1; +\infty \rangle$ ,  $(3, 0)$ ,  $(3, -1)$  8. tak 9.  $g(x) = 5x - 12$ ,  $19,6j^2$

10.  $g$  rośnie dla  $x \in (-\infty; -5)$  oraz dla  $x \in (-3; 0)$ ,  
 $g$  maleje dla  $x \in (-5; -3)$



### 6. Funkcja kwadratowa

**6.1. Funkcja  $f(x) = ax^2$ ,  $a \neq 0$**  (s. 227): **4.** a)  $y = -3x^2$ ,  $D = \mathbf{R}$  b)  $y = \frac{1}{4}x^2$ ,  $D = \mathbf{R}_+ \cup \{0\}$

c)  $y = -x^2$ ,  $D = \{-2, -1, 0, 1\}$  **5.** a) najmniejsza dla  $y = 2x^2$ , największa dla  $y = \frac{1}{4}x^2$

b) najmniejsza dla  $y = \pi x^2$ , największa dla  $y = \frac{4}{\sqrt{3}+1}x^2$  **6.** a)  $y = 2x^2$  b)  $y = \pi x^2$

**7.** a)  $y = -3\sqrt[3]{4}$  b)  $y = 6\sqrt[3]{6}$  c)  $y = 3\sqrt[3]{12(\sqrt{2}-1)}$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 228): **2.** a)  $x \in (0; +\infty)$  b)  $x \in (0; +\infty)$  c)  $x \in \mathbf{R}$

**3.**  $y = 20$  **4.** a)  $y = -5x^2$  b)  $y = 5x^2$  c)  $y = -5x^2$  **5.** a)  $\frac{3}{4}$  b)  $-\frac{1}{8}$  c)  $\frac{1}{5}$  d)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$

**6.2. Przesunięcia wykresu funkcji  $f(x) = ax^2$ ,  $a \neq 0$**  (s. 230): **3.** a)  $[-3, 0]$

b)  $g(x) = -2(x+3)^2$  c)  $Z_w = (-\infty; 0)$ , oś symetrii  $x = -3$ ,  $W = (-3, 0)$

**4.** a)  $f(x) = -8(x-3)^2$  b)  $f(x) = 1,25x^2 - 2$  c)  $f(x) = \frac{3}{4}(x-1)^2 - 2$

d)  $f(x) = 2,3(x - \sqrt{3})^2 - \sqrt{5}$  **5.**  $g(x) = (x-1)^2$ ,  $h(x) = (x+1)^2 - 3$ ,  $P = 1,5 j^2$

**7.** a) w 8 s c) 4,9 m d)  $D = \langle 0; 7,8 \rangle$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 231): **1.** a)  $f(x) = -7(x-7)^2$  b)  $f(x) = -7x^2 - 10$

c)  $f(x) = -7(x+3)^2 - 4$  **2.** a)  $[7, 0]$  b)  $[0, -1]$  c)  $[-5, 2]$  **3.** a)  $f(x) = -\frac{2}{3}x^2$ ,  $[6, 0]$

b)  $f(x) = -\frac{2}{3}x^2$ ,  $[0, -1]$  c)  $f(x) = -\frac{2}{3}x^2$ ,  $[6, -1]$  **4.**  $W = (1, -3)$

**6.3. Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej** (s. 234): **3.** a)  $y = (x-1)^2 - 4$ ,

rosnąca dla  $x \in \langle 1; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; 1)$  b)  $y = 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{8}$ ,

rosnąca dla  $x \in \left\langle -\frac{5}{4}; +\infty \right\rangle$ , malejąca dla  $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{4}\right)$  c)  $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2}$ ,

rosnąca dla  $x \in \langle -1; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; -1)$  d)  $y = -\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 5\frac{1}{4}$ ,

rosnąca dla  $x \in \left(-\infty; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ , malejąca dla  $x \in \left\langle \frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty \right\rangle$  **4.** a)  $\left(\frac{1}{6}, -\frac{5}{12}\right)$  b)  $\left(\frac{15}{4}, -\frac{75}{8}\right)$

c)  $\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}+1}{2}\right)$  d)  $(-3, -6)$  **5.** a)  $y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$ ,  $Z_w = \left\langle -\frac{3}{4}; +\infty \right\rangle$

b)  $y = (x+2)^2 + 1$ ,  $Z_w = \langle 1; +\infty \rangle$  c)  $y = 2(x+1)^2$ ,  $Z_w = \langle 0; +\infty \rangle$  d)  $y = -(x+3)^2$ ,

$Z_w = (-\infty; 0)$  **6.** a) malejąca b) rosnąca c) rosnąca d) rosnąca **7.** a) nie b) tak

c) tak d) tak **8.** a) rosnąca b) i c) nie jest monotoniczna d) malejąca **9.** a)  $b = -4$ ,

$c = 9$  b)  $b = 2, c = 1,5$  c)  $b = 0, c = -3$  d)  $b = -4, c = 4$  **10.** a)  $a = 2, b = -4, c = 5$

b)  $a = \frac{4}{9}, b = 1\frac{7}{9}, c = \frac{7}{9}$  c)  $a = -6\frac{1}{4}, b = 5, c = -2$  d)  $a = 1, b = 0, c = 3$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 235): **1.** a)  $f(x) = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{8}$

b)  $f(x) = -4x^2 + 16x - 10$  **2.** a)  $\left(\frac{1}{3}, -\frac{11}{3}\right)$  b)  $Z_w = \left\langle -2\frac{1}{16}; +\infty \right\rangle$

3. a) rosnąca dla  $x \in (-\infty; -2)$ , malejąca dla  $x \in (-2; +\infty)$  b) rosnąca dla  $x \in \langle 7; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; 7)$  c) rosnąca dla  $x \in \langle 4\frac{1}{4}; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; 4\frac{1}{4})$

4.  $y_{\max} = 8$

**6.4. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej** (s. 239):

2. a)  $-3, 4$  b) brak c)  $0, 1$  d)  $5, -5$  3. a)  $y = (x+6)(x-1)$  b)  $y = 3(x-3)(x+3)$

c)  $y = 2(x-1)(x-5)$  d)  $y = (x-1+\sqrt{7})(x-1-\sqrt{7})$  4. a)  $-1,62, 0,62$  b)  $0,45, 2,22$

c)  $-0,15, -6,85$  5. m. zerowe:  $3, -4$ ;  $W = (-\frac{1}{2}, 24\frac{1}{2})$  6. a) z 25 b) dla  $n = 3$

c) dla  $n = 15$  d) tak dla  $n = 21$  7. a)  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2$  b)  $f(x) = -\frac{3}{25}x^2 - \frac{12}{25}x + 2\frac{13}{25}$

8. a)  $k > \frac{4}{3}$  b)  $k > 2\frac{1}{4}$  c)  $k \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$  d)  $k \in \mathbf{R}$  9. a)  $k \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$

b)  $k \in (-\infty; 0) \cup (0; \frac{1}{4})$  10. a)  $k = -1$  b) nie ma takiego  $k$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 240): 2. a)  $f(x) = 2(x - \frac{1}{2})(x - 1)$ , m. zerowe:  $\frac{1}{2}, 1$

b) brak c)  $f(x) = (x+5)^2$ , m. zerowe  $-5$  3.  $1, 4,5$  4.  $x = -4$

**6.5. Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym**

(s. 242): 1. a)  $y_{\max} = 4, y_{\min} = 0$  b)  $y_{\max} = \frac{5}{4}, y_{\min} = -1$  c)  $y_{\max} = 4 + \sqrt{3}, y_{\min} = \frac{3}{4}$

d)  $y_{\max} = 9\sqrt[3]{2} + 4, y_{\min} = -\frac{3\sqrt{4}}{2} - 2$  3.  $b = -10, c = 23$  4. a) w szóstym b) w pierwszym

6. a)  $Z_w = \langle 0; +\infty \rangle$ , rosnąca dla  $x \in \langle -2; -\frac{1}{2} \rangle$  oraz dla  $x \in \langle 1; +\infty \rangle$ , malejąca dla

$x \in (-\infty; -2)$  oraz dla  $x \in \langle -\frac{1}{2}; 1 \rangle$  b)  $Z_w = \mathbf{R}$ , rosnąca dla  $x \in (-\infty; -2)$  oraz dla

$x \in \langle -\frac{1}{2}; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in \langle -2; -1 \rangle$  oraz dla  $x \in \langle -1; -\frac{1}{2} \rangle$  7.  $46$  m, w  $3$  s,  $5$  m

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 244): 1.  $y_{\max} = \frac{4}{3}, y_{\min} = -4$  2.  $f(x) = -x^2 + \frac{1}{4}x + 3\frac{3}{4}$  3. 5

**6.6. Zastosowanie własności trójmianu kwadratowego** (s. 246): 2. a)  $a = 2$

c) dla  $x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$  d)  $x = -\frac{1}{2}$  3.  $b = -4, c = 16, y = -2(x+1)^2 + 18$  4. 4

5. a) największa:  $\frac{1}{3}$  b) najmniejsza:  $-1$  c) najmniejsza:  $\sqrt{6}$  6.  $y_1 = \frac{1}{18}x^2 - \frac{7}{9}x + 2\frac{13}{18}$ ,

$y_2 = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4\frac{1}{2}$  7.  $a = \frac{1}{2}, b = 3, c = \frac{5}{2}$  8. a) i b) malejące

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 247): 1. malejąca dla  $x \in (-\infty; 2\frac{1}{2})$ , rosnąca dla

$x \in \langle 2\frac{1}{2}; +\infty \rangle$  2. a)  $b = -1, c = 12$  b)  $x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$  c)  $x = -\frac{1}{2}$

3.  $a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = 5$  4. a) i b) rosnące

**6.7. Zastosowania funkcji kwadratowej** (s. 249): 1.  $16$  m  $\times$   $16$  m 2. 5 3.  $1, 1$

4.  $31$  m  $\times$   $31$  m 5.  $10$  cm  $\times$   $3,75$  cm 6.  $3\sqrt{2}$  cm  $\times$   $3\sqrt{2}$  cm 7.  $\Delta$  równoboczny:  $8,67$  cm

8.  $60 \text{ m} \times 120 \text{ m}$     9.  $9, -9$     10.  $25 \text{ cm}$     11. podstawa  $\Delta$  jest przekątną kwadratu

12. w połowie przyprostokątnych

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 250): 1. 3, 3    2.  $50 \text{ m} \times 100 \text{ m}$     3.  $3,25 \text{ zł}$

4.  $2 \text{ m} \times 2\frac{2}{3} \text{ m}$

6.8. Wzory Viète'a i ich zastosowanie (s. 253): 1. a)  $x_1 < 0, x_2 > 0$     b) brak    c)  $x_1 > 0,$

$x_2 < 0$     d)  $x_1 < 0, x_2 < 0$     2. a)  $f(x) = x^2 - 5x + 6$     b)  $f(x) = x^2$     c)  $f(x) = x^2 - 25$

3. a)  $b \neq 0, c = 0$     b)  $b \neq 0, c = 1$     c)  $b = 0, c < 0$     d)  $b > 0, c > 0$     4. a) 5    b) 1

5. a)  $c = -2b - 4$     b)  $c = -4b - 16a$     7. a)  $-\frac{1}{6}$     b)  $\frac{13}{36}$     c)  $-2\frac{1}{6}$     d) 13    e) 25    f) 35 lub  $-35$

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 254): 1.  $x_1 < 0, x_2 < 0$     2. 3, 4    3.  $b = 3, c = 18$

4.  $b = -4, c = -12$     5. 9

6.9. Równania kwadratowe (s. 257): 2. a) 0,  $-4$     b) 0,  $-\frac{1}{2}$     c) 0,  $\frac{11}{10}$     d) 0,  $-\frac{5}{2}$

3. a)  $-5$     b)  $-\frac{5}{2}$     c)  $\sqrt{33} - 6, -\sqrt{33} - 6$     4. a)  $-5, 1$     b)  $\frac{3-\sqrt{37}}{2}, \frac{3+\sqrt{37}}{2}$     c) 4, 7

6.  $7x^2 + 4x - 2 = 0$     7.  $x^2 - \left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)x + 1 = 0$     8. 4, 6, 8 lub  $-8, -6, -4$

9. 91, 93 lub  $-93, -91$     10.  $\frac{29-\sqrt{505}}{2}, \frac{29+\sqrt{505}}{2}$     11.  $0,2\sqrt{2}\%$

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 258): 1. a) 0,  $-5$     b)  $\sqrt{15}, -\sqrt{15}$     c) brak rozw.

d)  $-2 - \frac{\sqrt{10}}{2}, -2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$     2.  $4\sqrt{2} - 6, -4\sqrt{2} - 6$     3.  $15 + 5\sqrt{2409} \text{ cm}$

6.10. Równania rozwiązywane za pomocą równań kwadratowych (s. 260): 1. a)  $-2, -1, 1, 2$

b) 1,  $-1$     c) brak rozw.    d)  $\sqrt{4-\sqrt{2}}, -\sqrt{4-\sqrt{2}}$     2. a) 3,  $-3$     b) brak rozw.    c) brak rozw.

d)  $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$     e) brak rozw.    f) 7    g)  $\frac{61+\sqrt{193}}{18}$     h) 1    3.  $a \neq 0, b = 0, c = 0$

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 260): 1. a)  $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{5}, -\sqrt{5}$     b) 3, 5    c) 1,  $-1$

2.  $b^2 < 4ac$

6.11. Nierówności kwadratowe (s. 262): 1. a) nie ma takiego  $x$     b)  $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$

c)  $x = \frac{2}{3}$     d)  $x \in \mathbf{R}$     e)  $x \in \mathbf{R}$     f)  $x \in \left(-\infty; \frac{4-\sqrt{58}}{2}\right) \cup \left(\frac{4+\sqrt{58}}{2}; +\infty\right)$

g)  $x \in \left(\frac{3-\sqrt{57}}{2}; \frac{3+\sqrt{57}}{2}\right)$     h)  $x \in (0; 3\sqrt{2})$     2. a)  $x \in \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{19}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{19}}{2}; +\infty\right)$

b)  $x \in (0; 2)$     c)  $x \in (-\infty; -1) \cup (15; +\infty)$     d)  $x \in \left(\frac{-5-\sqrt{73}}{4}; \frac{-5+\sqrt{73}}{4}\right)$

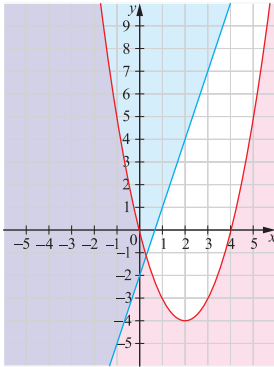
4. a)  $x \in (-\infty; 0,53) \cup (2,82; +\infty)$     b)  $x \in (-\infty; -9,54) \cup (46,58; +\infty)$

c)  $x \in (-4,38; 3,28)$     d)  $x \in (-0,93; 7,86)$     5. a)  $D = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty)$

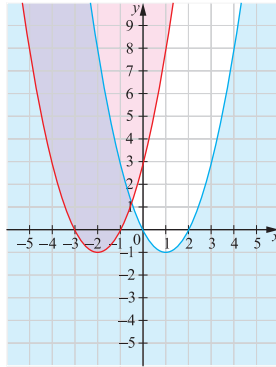
b)  $D = \left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}; \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$     c)  $D = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$     d)  $D = (-\infty; -3 - \sqrt{11}) \cup (3; +\infty)$

6. a)  $(-\infty; -4) \cup (-2; +\infty)$     b)  $(-1; 6)$     c)  $\mathbf{R}$     d) (3; 4)

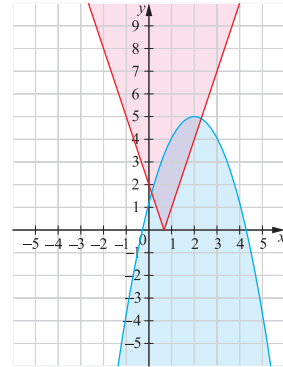
7. a)



b)



c)



8. długość: 4 m, 5 m lub 6 m, szerokość odpowiednio: 3 m, 4 m lub 5 m

9. długość i szerokość  $\in (5,5 \text{ cm}; 9,5 \text{ cm})$

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 263): 1. a) 7 b) nie ma takiego  $x$

c)  $x \in (-\infty; -5 - 4\sqrt{2}) \cup (-5 + 4\sqrt{2}; +\infty)$  2.  $D = \langle -2 - \sqrt{13}; -2 + \sqrt{13} \rangle$

6.12. Zadania tekstowe z zastosowaniem równań i nierówności kwadratowych (s. 265):

1.  $80 \text{ dm}^2$  2. 10% 3. 11, 34 4. 9, 12, 15,  $\Delta$  prostokątny 5. 48 lub 84

6.  $(8\sqrt{2} - 8) \text{ cm}$ ,  $(8\sqrt{3} - 4\sqrt{6}) \text{ cm}$  7.  $4,5 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm}$  8. 6 cm, 9 cm

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 266): 1.  $8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$  2. 11, 13, 15 lub  $-15, -13, -11$

3. najwyżej o 2 cm 4. 87

6.13. Równania kwadratowe z parametrem (s. 270): 1. a) dla  $k \in (4 - 2\sqrt{6}; 4 + 2\sqrt{6})$

– brak rozw., dla  $k \in \{4 - 2\sqrt{6}, 4 + 2\sqrt{6}\}$  – 1 rozw.,

dla  $k \in (-\infty; 4 - 2\sqrt{6}) \cup (4 + 2\sqrt{6}; +\infty)$  – 2 rozw. b) dla  $k \in (-\infty; \frac{1}{2}) \cup (2; +\infty)$

– brak rozw., dla  $k \in \{\frac{1}{2}, 1, 2\}$  – 1 rozw., dla  $k \in (\frac{1}{2}; 1) \cup (1; 2)$  – 2 rozw.

2. a)  $m \in (2; +\infty)$  b)  $m \in (\frac{2}{3}; 1)$  c)  $m \in (1; 2)$  d)  $m \in \{\frac{2}{3}, 1\}$  3. a)  $m > -1,8$

b)  $m \in (-\frac{3}{8}; -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}; +\infty)$  c)  $m \neq 0$  d)  $m \in (\frac{4 - 2\sqrt{15}}{11}; 0) \cup (0; \frac{4 + 2\sqrt{15}}{11})$

4. a) nie ma takiego  $m$  b)  $m = 0$  5.  $m = -4$  6.  $m \in (-\infty; 1) \cup \langle 1,8; +\infty \rangle$

7.  $m \in \langle 0; 2 \rangle$  8. a) nie ma takiego  $m$  b)  $m \in (2; 6)$  c)  $m \in (-\infty; -3) \cup \langle 1; +\infty \rangle$

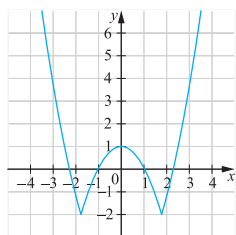
9. a)  $m = 2$  b)  $m \in (-2; -1)$

A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 271): 1. a)  $p = 3$  b)  $p \neq 3$  2.  $k \in (3 + \sqrt{5}; +\infty)$

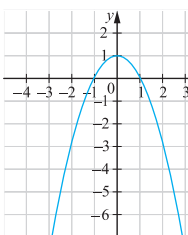
3.  $k \in (-1; 1)$  4.  $m \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

### 6.14. Wykresy funkcji kwadratowych z wartością bezwzględną (s. 273):

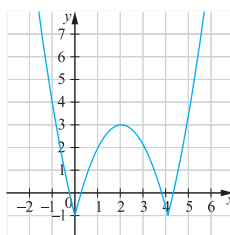
1. a)



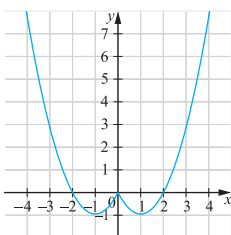
b)



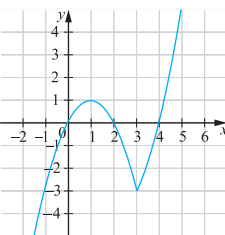
c)



d)



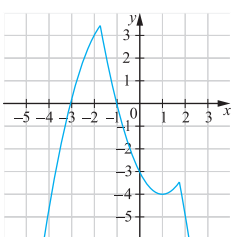
2.



a)  $Z_w = \mathbf{R}$  b) rosnąca dla  $x \in (-\infty; 1)$  oraz dla  $x \in (3; +\infty)$ , malejąca dla  $x \in (1; 3)$ , c) 1, 0, -3

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & \text{dla } x \geq 3 \\ -x^2 + 2x & \text{dla } x < 3 \end{cases}$$

3.

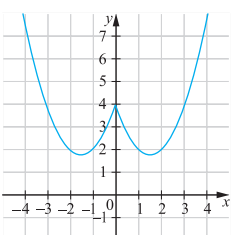


a) rosnąca dla  $x \in (-\infty; -\sqrt{3})$  oraz dla  $x \in (1; \sqrt{3})$ , malejąca dla  $x \in (-\sqrt{3}; 1)$  oraz dla  $x \in (\sqrt{3}; +\infty)$

b) wartość największa:  $2\sqrt{3}$  c)  $x \in (-3; -1)$  d) 2 rozw.

### A gdyby sprawdzian był teraz? (s. 273):

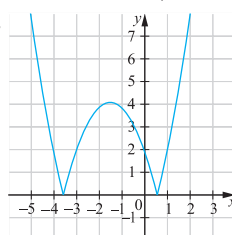
1.



a)  $Z_w = \left\langle 1\frac{3}{4}; +\infty \right\rangle$ , rosnąca dla  $x \in \langle -1,5; 0 \rangle$  oraz dla

$x \in (1,5; +\infty)$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; -1,5)$  oraz dla  $x \in \langle 0; 1,5 \rangle$

b)  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1,5, 1,5\}$  2.



### 6.15. Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną (s. 275):

1. a) 4, -4 b)  $-\sqrt{5}, -1 + \sqrt{10}$  c)  $\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$  d) -2, 2, -3, 3 e)  $-1 - \sqrt{6}, \sqrt{5}$

f) 2, -2 g) brak rozw. h)  $x \in \langle -1; 1 \rangle$  2. a)  $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (3; +\infty)$

b)  $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$  c)  $x \in \left(-\infty; \frac{9-\sqrt{89}}{2}\right) \cup \left(\frac{9-\sqrt{73}}{2}; \frac{9+\sqrt{73}}{2}\right) \cup \left(\frac{9+\sqrt{89}}{2}; +\infty\right)$

d)  $x \in \left(\frac{-1-\sqrt{73}}{2}; -3\right) \cup \left(2; \frac{-1+\sqrt{73}}{2}\right)$  e)  $x \in \left(\frac{5-3\sqrt{5}}{2}; \frac{5+3\sqrt{5}}{2}\right)$  f)  $x \in \mathbf{R}$

g)  $x \in \{-3, 3\}$  h)  $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 275): **1.** a) 9, -9 b) 4, -4 c) 2, 3, -2, -3 **2.** a)  $x \in \mathbb{R}$   
 b)  $x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{73}}{2}\right) \cup \{-3; 2\} \cup \left(\frac{-1+\sqrt{73}}{2}; +\infty\right)$  c)  $x = 0$

**A gdyby matura była teraz?** (s. 276):

**ZESTAW I:** **1.** B **2.** A **3.** C **4.** A **5.** C **6.** a) (-1, 2), (3, 3) b)  $x \in (-\infty, 3)$

c)  $x \in (-\infty; -1) \cup \{3; +\infty\}$  **7.** (-1, 0), (4, 0), (0, -1),  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x - 1$

**8.**  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{7}{2}$  **9.** 4% **10.**  $\frac{-3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-3+\sqrt{17}}{2}, \frac{-3-\sqrt{5}}{2}, \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$

**11.**  $x \in \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right); -1, 2$  **12.**  $12j^2$  **13.** 12, 16, 20 **14.**  $2\sqrt{2}$

**15.**  $|BP| = |DR| = \frac{5(9-\sqrt{17})}{4}$  **16.** a) o 1250 b) tak c) 400 d) powyżej 798 bochenków

**ZESTAW II:** **1.** a) F b) F c) F d) P **2.** np.  $f(x) = -\frac{16}{49}x^2 + \frac{48}{49}x + \frac{160}{49}$  **3.** 5%

**4.**  $k \in (-1; 2)$  **5.**  $m \in (-\infty; -1)$  **6.**  $5 + 2\sqrt{7}, 5 - 2\sqrt{7}$  **7.**  $k = \frac{5}{4}$  **9.**  $y = -\frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$

**10.**  $p \in \left(-\infty; -4\frac{2}{3}\right) \cup (2; +\infty)$  **11.**  $y = \begin{cases} |(x-2)^2 - 1| + 1 & \text{dla } x \geq 0 \\ -|(-x-2)^2 - 1| - 1 & \text{dla } x < 0 \end{cases}$

### 7. Trygonometria, część 1

**7.1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym** (s. 286): **6.** a)  $\cos \alpha$

b)  $\sin \gamma$  c)  $\operatorname{ctg} \gamma$  **7.** 2470 m **8.** a)  $\sphericalangle DBD' = \alpha: \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2},$

$\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{2}$  b)  $\sphericalangle BDO = \beta: \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cos \beta = \frac{\sqrt{6}}{3}, \operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \operatorname{ctg} \beta = \sqrt{2}$  c)  $\sphericalangle A'BD' = \gamma:$

$\sin \gamma = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cos \gamma = \frac{\sqrt{6}}{3}, \operatorname{tg} \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}, \operatorname{ctg} \gamma = \sqrt{2}$  **9.** 12 m,  $\approx 2^\circ 18'$

**10.**  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}, \cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}, \operatorname{ctg} \alpha = 3$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 288): **1.**  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{33}}{7}, \cos \alpha = \frac{4}{7}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{33}}{4}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{4\sqrt{33}}{33}$

**4.**  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}, \cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}, \operatorname{ctg} \alpha = 3$  **5.** ok. 21,45 m

**7.2. Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta** (s. 290): **1.** 4,5,

$4,5\sqrt{3}$  **2.**  $7(1 + \sqrt{3})$  cm,  $\frac{49\sqrt{3}}{6}$  cm<sup>2</sup> **3.** a)  $c = 6, a = 6\sqrt{3}$  b)  $a = 3(1 + \sqrt{3}),$

$b = 3\sqrt{6}$  c)  $a = 2\sqrt{3}$  **4.** a)  $50j^2$  b)  $18(1 + \sqrt{3})j^2$  c)  $4(\sqrt{3} - 1)j^2$

**5.** 25 m,  $25\sqrt{3}$  m **6.**  $10\left(1 + \frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$  dm,  $50\sqrt{3}$  dm<sup>2</sup> **7.**  $24(2 + \sqrt{2})j, 288j^2$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 291): **1.** a)  $\sqrt{3}(2 + \sqrt{2})j, \frac{3}{2}j^2$  b)  $6(\sqrt{3} + 1)j, 6\sqrt{3}j^2$

c)  $2,5(3 + \sqrt{3})j, \frac{25}{8}\sqrt{3}j^2$  **2.** ok. 2,68 km **3.**  $32(1 + \sqrt{3})j^2$

**7.3. Podstawowe tożsamości trygonometryczne** (s. 293): **1.** a) tak b) nie c) nie d) tak e) nie f) nie **2.** a) tak b) nie c) nie **3.** a) 1 b) 1 c) 1 **4.** a)  $\operatorname{tg}^2 \alpha$  b)  $1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$  c)  $\frac{1}{\cos \alpha}$  d) 2 **5.** a), b), c) – tożsamości

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 294): **1.** a) nie b) nie **2.** -1 **3.** tak

**7.4. Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych, gdy znana jest wartość jednej z funkcji** (s. 295): **4.**  $\approx 46^\circ$  **5.** a) 2 b)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  c)  $\frac{2}{5}$  **6.** a)  $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$  b)  $2 - \sqrt{3}$

c)  $2 - \sqrt{3}$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 296): **1.**  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{12}{5}$

**2.**  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ ,  $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{2}$  **3.**  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{4}$ ,

$\sin \beta = \frac{7\sqrt{58}}{58}$ ,  $\cos \beta = \frac{3\sqrt{58}}{58}$ ,  $\operatorname{tg} \beta = \frac{7}{3}$ ,  $\operatorname{ctg} \beta = \frac{3}{7}$

**7.5. Równania trygonometryczne typu  $f(x) = a$ , gdzie  $f$  jest funkcją trygonometryczną** (s. 299): **2.** a)  $\approx 72^\circ$  b)  $\approx 86^\circ$  c)  $\approx 18^\circ$  d) nie ma takiego  $x$

**3.** a)  $45^\circ$  b)  $70^\circ$  c)  $70^\circ$  d)  $1^\circ$  **4.** a)  $30^\circ$  b)  $60^\circ$  c)  $\approx 21^\circ$  d)  $\approx 14^\circ$  **5.**  $\approx 27^\circ$

**6.**  $\approx 34^\circ$

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 299): **2.** a)  $14^\circ$  b)  $41^\circ$  c)  $82^\circ$  d)  $1^\circ$  **3.** a)  $45^\circ$

b)  $\approx 19,5^\circ$  c)  $\approx 86^\circ$  d) nie ma takiego  $x$

**7.6. Znajdowanie związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii** (s. 301): **1.**  $16\sqrt{3}$  cm,  $24\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup> **2.**  $\approx 36^\circ$  **3.** o ok. 59% **4.** ok. 5,2 a

**5.** ok. 65,4% **6.**  $168^\circ$  na wschód **7.**  $40(3 + 2\sqrt{3})$  cm **8.** ok. 192,9 m

**A gdyby sprawdzian był teraz?** (s. 302): **1.**  $15(1 + \sqrt{3})$  cm,  $56,25\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>

**2.**  $5(1 + \sqrt{3})$  m **3.**  $25\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>,  $\frac{50\sqrt{3}}{3}$  cm **4.**  $\sqrt{3} : 1$

**A gdyby matura była teraz?** (s. 303):

**ZESTAW I:** **1.** A **2.** D **3.** A **4.** B **5.** C **6.**  $42^\circ, 42^\circ, 96^\circ, h = 4,5$  cm lub  $42^\circ,$

$69^\circ, 69^\circ, h = 13$  cm **7.** ok. 686,7 m **8.** a)  $3\sqrt{2}$  cm,  $6\sqrt{2}$  cm,  $3\sqrt{6}$  cm b) ok. 27%

c)  $135^\circ$  **9.** a) 18 cm b) 25 cm **10.**  $112^\circ, 68^\circ$  **11.** 28 dm, 38 dm<sup>2</sup> **12.**  $75^\circ$

**13.**  $58^\circ$  **14.** a) ok. 8,5 m b) ok. 59%

**ZESTAW II:** **1.** a) P b) F c) F d) P **2.** a)  $b, a, c$  b)  $3 - 2\sqrt{2}$  **3.**  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ,

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{2}$  **4.**  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  **5.**  $30^\circ$  **6.** a)  $a = 1, b = \sqrt{3}, c = 2\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

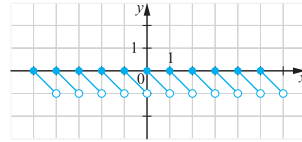
b)  $\frac{1}{2\sqrt{2 + \sqrt{3}}}$  **7.** 72 cm **8.** tak

### Bank zadań

1. a) F b) F c) F d) P 2. a) P b) F c) F d) F e) P 3. a) tak b) tak c) nie d) tak  
 4.  $A \cup B = \{(0, 6), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 0), (4, 0), (6, 2), \dots\}$ ,  
 $A \cap B = \{(5, 1)\}$  5. nie 6. 10 001, 10 010, 10 100, 11 000, 20 000 7. 8 i 400, 16 i 200  
 10. 50. miejsce – 4, 75. miejsce – 1, 100. miejsce – 9 11. 1 12. 5 i 45, 15 i 35  
 13.  $a^2 - a$  14. a) –566, 565 b) –308, 307 c) –99 15.  $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$   
 16. 4 17. 60 min 18. 1, 4 19. F: b), c) 20. P: c), d) 21. a) ok.  $0,18 \cdot 10^3$  kPa  
 b)  $1,5 \cdot 10^3$  kPa 23. 5 24. a)  $\sqrt{145}$  b)  $\sqrt{82}$  c) 4 25. a) P b) P c) P d) F  
 27. a) np.  $\frac{8}{7}\sqrt{2}, \sqrt{2,9}, \frac{11}{9}\sqrt{2}$  28. F: a), b), c) 29. P: a), c), d) 31. a) pierwsza liczba  
 mniejsza b) pierwsza liczba większa 32. a)  $(-4)^{-5}$  b)  $3^{-2}$  c)  $2^{-19}$  d)  $3^8$  e)  $7^{-3}$   
 33. a)  $2^{65}$  b)  $3^{30} \cdot 11^{-3}$  34. 9 35. 18 079 36. 7, 3, 9, 0, 7 37. a) 6 b) 4 c) 10  
 38. pierwsza liczba większa 39. –1 800 000 000  
 40. a)  $0,125x^6 - 2,25x^4y + 13,5x^2y^2 - 27y^3$  b)  $a^3b^6 + 6a^3b^4 + 12a^3b^2 + 8a^3$  c)  $\frac{1}{8}a^3 - 27b^3$   
 41. a)  $(a + b - 4)(a^2 + 2ab + b^2 + 4a + 4b + 16)$  b)  $(\frac{1}{3}a + 5)(\frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{3}a + 7)$   
 c)  $(2a - 3\frac{1}{3})(4a^2 - 11\frac{1}{3}a + 8\frac{1}{9})$  42. wszystkie są równe  
 43. a)  $6 - 5\sqrt{6}$  b)  $-5 - 24\sqrt{6}$  c)  $36 - 17\sqrt{6}$  d)  $\frac{30 - 13\sqrt{6}}{19}$   
 44. a)  $x + y = 9 + \sqrt{2}, x - y = -5 + 5\sqrt{2}, xy = 2 + 17\sqrt{2}, \frac{x}{y} = \frac{26}{41} + \frac{25}{41}\sqrt{2}$   
 b)  $x + y = 4 + \sqrt{3}, x - y = -8 + 5\sqrt{3}, xy = -30 + 22\sqrt{3}, \frac{x}{y} = \frac{1}{4} + \frac{7}{12}\sqrt{3}$   
 c)  $x + y = -1 + 2\sqrt{7}, x - y = 1 + 6\sqrt{7}, xy = -56 - 4\sqrt{7}, \frac{x}{y} = -\frac{56}{27} + \frac{4}{27}\sqrt{7}$   
 d)  $x + y = 7 + 0\sqrt{2}, x - y = 7 + 10\sqrt{2}, xy = -50 - 35\sqrt{2}, \frac{x}{y} = -1 - \frac{7}{10}\sqrt{2}$   
 45.  $a = 1, b = 0$  46. a)  $n = 3, m = 5$  lub  $n = 5, m = 3$  b)  $n = 3, m = 2$  lub  $n = 2, m = 3$   
 47.  $8\sqrt{2} + 4$  48. pole:  $2\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})$ , obwód:  $6(\sqrt{3} - 1)$  49.  $0 + 2\sqrt{2}$  50. 16  
 51. a) 14 b) 6 52.  $4\sqrt{2}$  cm 53. a)  $\frac{1}{9}$  b)  $\frac{3}{16 \cdot 10^5}$  c)  $\frac{25}{7}$  54. 25  
 55. a)  $2^{\frac{5}{2}}$  b)  $2^{\frac{1}{4}}$  c)  $2^{\frac{11}{6}}$  56. a) ok. 6,15 b) ok. 30,41 c) ok. 6668,07 d) ok. 2,15  
 e) ok. 4,28 57. a)  $5,383 \cdot 10^0$  b)  $2,433 \cdot 10^2$  c)  $6,776 \cdot 10^2$  d)  $6,339 \cdot 10^1$   
 e)  $9,718 \cdot 10^0$  58. a)  $2^{\sqrt{17}}, 2^{4,24}, 2^{3\sqrt{2}}, 2^{2\pi}$  b)  $5^{1,15}, 6^{1,05}, 3^{\sqrt{3}}, 2^{2,75}$  59. np.  $1,5, 2\sqrt{2}, \pi$   
 60. 222,(2) kg 61. 10% 62. a) 13,86 zł b) 13,86 zł 63. o 25% 64. 75  
 65.  $0,00096e^2$  66. o 18% 67. a) 24% b) 48% 68.  $(2a + 0,01a^2)\%$  69. 1,5625  
 70. a)  $\frac{500}{500} = 1$ , mają po tyle samo b) 100% 71. a)  $\{-3, -2, -1, \dots, 6\}$  b)  $\{-2, -1, \dots, 6\}$   
 c)  $\{-3, -2, -1, \dots, 7\}$  d)  $\{-3, -2, -1, \dots, 7\}$  e)  $\{4, 5\}$  f)  $\{3, 4, 5, 6\}$  g)  $\{4, 5\}$ ,  
 h)  $\{3, 4, 5, 6\}$  i)  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  j)  $\{-2, -1, \dots, 2\}$  k)  $\{-3, -2, \dots, 3\}$   
 l)  $\{-3, -2, \dots, 2\}$  72. a)  $\{0, 1, 2, \dots, 6\}$  b)  $\{0, 1, 2, \dots, 6\}$  c)  $\{0, 1, 2, \dots, 7\}$   
 d)  $\{0, 1, 2, \dots, 7\}$  e)  $(0, 9)$  f)  $(0, 9)$  g)  $\{-5, -4, -3, -2, -1\}$  h)  $\emptyset$

73. a) 1 b) 5 c) 4 d) 0,4 74. a) -3 b) 4, -4 c) 2 d) 5 75. a)  $x \in (-\infty; 5) \cup (7; +\infty)$   
 b)  $x \in (-\infty; -3) \cup \langle 1; +\infty \rangle$  c)  $x \in (-6; -3)$  d)  $x \in \langle -4; 0 \rangle$  e)  $x \in (-1; +\infty)$   
 f)  $x \in (-\infty; 8)$  g)  $x \in (-\infty; 0)$  76. a) 162, 162, -108 b) 19, 33, 270  
 77. a)  $|4a|, |4a^2b|, |4a^3|$  b)  $|5a^2b|, |5ab^4|, |5a^7b^5|$  78. a)  $2x + 1$  b)  $-3x + 1$  c)  $-6x + 4$   
 79. obie liczby są wymierne 80. -2 lub 2 lub 0 83. a) -1,25, 1,25 b) 0, -6 c) -1,5, 1,5  
 d) -3, 3 e) 2,  $-2\frac{2}{3}$  f)  $-3, 4\frac{1}{3}$  g) 9, -11 h) -2, 4 i) 2, 4 84. a)  $x \in \langle -5; 11 \rangle$   
 b)  $x \in \left(-4\frac{1}{2}; 2\right)$  c)  $x \in (-7; 5)$  85. a) -4, 4 b)  $x \in (-\infty; 0) \cup (6; +\infty)$  c)  $x \in (-13; -1)$   
 86. 1 87. a) 7,4725, 0,0000053 b) 7,473, 0,0000615 c) 7,47, 0,0003399 88. 0,000383  
 89. a)  $22,5 \pm 0,5$  b)  $21,3 \pm 0,3$  c)  $-9,5 \pm 1,1$  d)  $7,7 \pm 0,2$  90. a) 34,02939, 34,02939  
 91.  $\frac{3}{2}$  92. a)  $k + 1$  b)  $k - 4$  c)  $k + 2$  d)  $5 - k$  e)  $\frac{1}{k}$  f)  $\frac{5}{k}$  93. a)  $4 + \sqrt{2}$  b) 4 c) 2  
 d) 10 e) 1 f)  $1\frac{1}{4}$  g) 9 h) 25 i)  $\pi$  j)  $\frac{1}{8}$  k) 27 l)  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1, 1\}$  94. sprzeczność  
 95. 4 96.  $K' = (5, -1), L' = (0, -4), M' = (3, 1)$  97. nieskończenie wiele  
 98.  $10, \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$  i  $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{CB} = \overline{BA}, \overline{BO} = \overline{OD}$  i  $\overline{AO} = \overline{OC}, \overline{DO} = \overline{OB}$   
 i  $\overline{CO} = \overline{OA}$  99.  $\sqrt{40} \text{ km} \approx 6,32 \text{ km}$  102.  $\overline{PQ} = \frac{2}{5}\vec{m} - \frac{1}{5}\vec{n}$  106. tak 107. a) tak:  $x = \frac{10}{7}$ ,  
 $y = \frac{6}{7}$  b) i c) nie jest 108. a)  $D = (0, 1)$  b)  $D = (-1, -2)$  c)  $D = \left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$  109. 10  
 110.  $\vec{a} = \vec{0}$  lub  $\vec{b} = \vec{0}$  113. a)  $D = \{-2, -1, 0, 1\}, Z_w = \{3, 4, 5, 6\}$ , p. odwrotne - funkcja  
 b)  $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}, Z_w = \{1, 4, 9, 16, 25\}$ , p. odwrotne - funkcja  
 c)  $D = \{-5, -3, -1, 1, 3, 5\}, Z_w = \{-1, 1\}$ , p. odwrotne - nie jest funkcją  
 d)  $D = \{-2, -1, 0, 1, 2\}, Z_w = \{0, 1, 4\}$ , p. odwrotne - nie jest funkcją  
 115. a)  $D = \langle -7; -5 \rangle \cup \langle -1; 6 \rangle \cup \{-4, -3, -2\}, Z_w = \{-2, -1, 0\} \cup \langle 1; 6 \rangle$   
 b)  $D = (-4; 2) \cup \{3\} \cup \langle 4; 7 \rangle, Z_w = (-2; 1) \cup \{2, 3\}$  116. a)  $D_f = \langle -7; 7 \rangle, Z_w = \langle -2; 4 \rangle$   
 b)  $D_g = \langle -7; -1 \rangle \cup \langle 1; 7 \rangle, Z_w = \langle -3; 3 \rangle$  117. a)  $f$ : dla  $x \in \langle -7; -\frac{1}{2} \rangle$  oraz dla  $x \in \langle \frac{1}{2}; 7 \rangle$ ,  
 $g$ : dla  $x \in (-5; -1)$  oraz dla  $x = 1$  i  $x \in \langle 5; 7 \rangle$  b)  $f$ :  $x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $g$ :  $x \in (-7; -5)$  oraz dla  
 $x \in (1; 5)$  118. a)  $Z_w = \{-1, 1, 3, 5, 7, \dots\}$ , brak m. zerowych b)  $Z_w = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  
 m. zerowe 3 c)  $Z_w = \mathbf{N}_+$ , brak m. zerowych 119. a)  $D = \mathbf{R} \setminus \{3\}$  b)  $D = (-\infty; 2)$   
 c)  $D = \mathbf{R} \setminus \{-2, 2\}$  d)  $D = \mathbf{R}$  120.  $D = \{-2, -1, 1, 2, 4, 5, 7\}, Z_w = \{0, 1, 2, 3\}, -1, 4$   
 121.  $D = \mathbf{R} \setminus \{4\}$  122. a)  $D = \mathbf{R} \setminus \{-1, 2\}, -5$  b)  $D = \mathbf{R} \setminus \{-2, 4, 8\}, -4$  c)  $D = \mathbf{R} \setminus \{3\}$ ,  
 brak m. zerowych 124. a) stała dla  $x \leq 0$ , malejąca dla  $x > 0$  b) stała dla  $x \in (-\infty; -2)$  oraz  
 dla  $x \in (2; +\infty)$ , rosnąca dla  $x \in \langle -2; 2 \rangle$  125. a) F b) F c) P  
 d) F e) F 126. a) malejąca, różnowartościowa b) rosnąca, różnowartościowa  
 c) rosnąca, różnowartościowa 128.  $y = \frac{\pi}{6}x^3, y_{\min} = 14, 13, y_{\max} = 267, 95$   
 129.  $y_{\min} = -16, y_{\max} - \text{brak}$  130.  $y_{\min} = 0, y_{\max} = 36$  131. a)  $y_{\min} = 5, y_{\max} = 7$   
 b)  $y_{\min} = 0, y_{\max} = 3$  c)  $y_{\min} = 4, y_{\max} - \text{brak}$  d)  $y_{\min} = 10, y_{\max} - \text{brak}$   
 133. a) dla  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)$  b) dla  $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$  c) dla  $x \in (0; 1)$   
 134.  $Z_w = (-\infty; -1) \cup \langle 0; 3 \rangle \cup \{4\}$ , m. zerowe 0 135. a)  $f(-3) = 3, f\left(-1\frac{1}{3}\right) = 1, f\left(2\frac{1}{2}\right) = -3$   
 b)  $g(-3) = 0, g\left(-1\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}, g\left(2\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$  c)  $h(-3) = 1, h\left(-1\frac{1}{3}\right) = 1, h\left(2\frac{1}{2}\right) = -1$   
 136. a)  $D = \mathbf{R}, Z_w = \mathbf{C}, x_0 \in \langle 0; 1 \rangle$  b)  $D = \mathbf{R} \setminus \{0\}, Z_w = \{-1, 1\}$ , brak m. zerowych

137.  $T_0 = 1, f\left(8\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}, f\left(25\frac{1}{5}\right) = -\frac{1}{5}, f\left(-1\frac{3}{8}\right) = -\frac{5}{8}$



138. a) A: 12 zł i 10 zł, B: 12 zł i 10 zł b) wzrost: I–III, V–VI, spadek: III–V, VI–VIII c) I–III

e) A: spadek ok. 5%, B: wzrost 15% 139. b) 7–14.02, o ok. 6,8% c) 18–29.02, o ok. 6,4%

141. 10 800 142. 10 dni 143. a) ok. 132 cm, b) ok. 180 cm 144. 6 l i 0,3 l

146. a)  $y = -\frac{2}{3}x$  b)  $y = \frac{1}{2}x$  c)  $y = 0$  d)  $y = \frac{9}{2}x$  147. a) 5 b)  $5 - \sqrt{2}, 5\frac{1}{3}, 5, 4 + \sqrt{3}$

c)  $a = 3, b = 4, c = 5, d = -1, e = 1$  148. a)  $y = -4x - 7$  b)  $y = 3x + 14$  c)  $y = \frac{2}{5}x + 6\frac{1}{5}$

d)  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$  149. a)  $y = \frac{8}{11}x + \frac{48}{11}$  b)  $y = -\frac{5}{27}x + \frac{4}{27}$  c)  $y = -\frac{3}{2}(2 + \sqrt{2})x + 3 + 3\sqrt{2}$

150. a)  $x \leq \frac{5}{12}$  b)  $x \leq \frac{2}{3}$  c)  $x \geq -\frac{4\sqrt{3}}{3}$  d)  $x \geq -\frac{3}{2}$  151. a)  $y = px$  b)  $y = \frac{2}{p}x, p \neq 0$

c)  $y = \frac{n}{m}x, m \neq 0$  d)  $y = \frac{q}{2p^2}x, p \neq 0$  152. a) I, II, III b) I, II, IV c) I, III d) I, II

153. rosnące: III, IV, VI, malejące: I, II, stałe: V 154. a) rosnąca dla  $k < \frac{1}{2}$ , malejąca dla

$k > \frac{1}{2}$ , stała dla  $k = \frac{1}{2}$  b) rosnąca dla  $k < \frac{3}{4}$ , malejąca dla  $k > \frac{3}{4}$ , stała dla  $k = \frac{3}{4}$  c) rosnąca dla

$k < -\frac{\sqrt{2}}{3}$ , malejąca dla  $k > -\frac{\sqrt{2}}{3}$ , stała dla  $k = -\frac{\sqrt{2}}{3}$  d) rosnąca dla  $k \in \mathbf{R}$  e) rosnąca dla  $k < 1$

oraz dla  $k > 5$ , malejąca dla  $k \in (1; 5)$ , stała dla  $k = 1$  oraz dla  $k = 5$  f) zawsze malejąca

155. np. a)  $y = x - 3$  b) np.  $y = -x - 2$  c) np.  $y = 3$  156.  $a + b > 0, \frac{a}{b} > 0$  157.  $y = 2x$

158.  $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$  159.  $y = 4$  160. równoległobok, a)  $AB: y = -x, CD: y = -x + 6,$

$BC: y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}, AD: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  b)  $AC: y = 1, BD: y = 2x - 3$  161.  $\frac{2}{3}j^2$  162.  $21j^2$

163. P: a), b) c) 164. ćwiartki: a) I, II, III b) I, II, IV 165. a) -13 b) 6 c)  $m \in \mathbf{R}$

166. a)  $y = 3x + 18$  b)  $y = -2,3x + 5,9$  c)  $y = 0, (6)x + 4$  d)  $y = 2$  167.  $y = \frac{7}{2}x - 1$

168.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$  169.  $\left(-\frac{6}{5}, 4\frac{3}{5}\right)$  170. a)  $(-1, 0)$  b)  $\left(\frac{25}{3}, 0\right)$  c)  $x \in \mathbf{R}, y = 0$  d)  $(1, 0)$

171.  $y = x + 240, x \in (0; 240), y \in (240; 480)$  172.  $y = x + 26, x \in (0; 26), y \in (26; 52)$

173.  $y = -0,25x + 10, x \in \langle 0; 40 \rangle, y \in \langle 0; 10 \rangle$  174.  $y = 6x, y \in \langle 0; 360 \rangle$

175. a)  $y = 0,2x + 16000$  b) 16,0052 m c) 80°C 176. a)  $y = 110x + 15000$  b) od 188

c) 213 177.  $(187,375, 3373,75)$  178. b) -2,9 c) brak d) rosnąca dla  $x \in \langle -1; 1 \rangle,$

malejąca dla  $x \in (-\infty; -1)$  oraz dla  $x \in \langle 1; +\infty \rangle$  e)  $f(x) < 0$  dla  $x \in (-2; -1)$  oraz dla

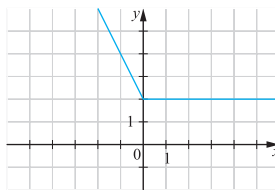
$x \in (9; +\infty), f(x) > 0$  dla  $x \in (-\infty; -2)$  oraz dla  $x \in \langle -1; 9 \rangle, f(x) = 3$  dla  $x = -5$  lub  $x = 0$

lub  $x = 3$  179. a) -4, 2, 4 b) rosnąca dla  $x \in \langle -1; 3 \rangle,$  malejąca dla  $x \in (-\infty; -1)$  oraz

dla  $x \in (3; +\infty)$  c)  $f(x) = 1$  dla  $x = -5$  lub  $x = 3,5, f(x) = -2$  dla  $x = -2$  lub  $x = 0$  lub  $x = 5$

180.  $f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{dla } x < -1 \\ 2 & \text{dla } -1 \leq x < 1 \\ -x + 3 & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$  181.  $\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right), \left(\frac{21}{4}, \frac{9}{4}\right), 10\frac{1}{8}j^2$

182. brak m. zerowych,  $f(x) \geq 2$  dla  $x \in \mathbf{R}$



183.  $f(x) = |x - 3| + 1$     184.  $m = 1, n = 12; m = 2, n = 6; m = 3, n = 4; m = 4, n = 3;$

$m = 6, n = 2; m = 12, n = 1$     185. a) 1,5 kg    b) 2 kg    c)  $10\frac{2}{3}$  m    d) 90 km/h

187. a)  $\frac{3}{4}$     b)  $\frac{2}{3}$     c) sprzeczność    188. a)  $x = \frac{c-b}{a}, a \neq 0$     b)  $x = \frac{7+b}{a}, a \neq 0$

c)  $x = \frac{e+d}{b+3}, b \neq -3$     189. a)  $x \geq 2$     b)  $x > 2$     c)  $x \geq -\frac{1}{3}$     d)  $x > -\frac{4}{5}$

190. a)  $x = -2 - m, m \neq 2$     b)  $x = k + 2, k \neq 2$     c)  $x = -\frac{1}{2+a}, a \neq 2, a \neq -2$

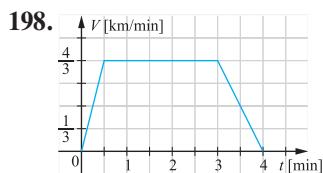
d)  $x = \frac{2(1-m^2)}{|m|-1}, m \neq -1, m \neq 1$     191.  $k \in \left\langle -\frac{1}{2}; 0 \right\rangle \cup \left( 0; \frac{3}{2} \right)$     192. a)  $\left( \frac{23}{20}, -\frac{25}{28} \right)$

b) (4, 1)    c) (4, 3)    d) (3, 2)    e) (3, -1)    f) (4, 2)    193. a)  $a = 2,8, b = -1,6$     b)  $a = 1,8,$   
 $b = 0,4$     c)  $a = -4,8, b = -0,8$     d)  $a = \frac{4}{3}, b = \frac{22}{15}$     194. a) dla  $m < -1$  dwa rozw.,

dla  $m = -1$  jedno rozw., dla  $m > -1$  brak rozw.    b) dla  $m \neq 1, m \neq -1$  jedno rozw.,  
dla  $m = 1, m = -1$  brak rozw.    c) dla  $m \in (-2; 2)$  dwa rozw., dla  $m = 2$  i  $m = -2$  jedno rozw.,  
dla  $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$  brak rozw.

195. a)  $k = -27$     b) nie ma takiego  $k$     196.  $m = 2, n = 3$     197. a)  $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2},$

$y = -\frac{4}{5}x + \frac{27}{5}, y = -5x + 25$     b)  $\left( 4\frac{14}{21}, 1\frac{2}{3} \right)$



$$v(t) = \begin{cases} \frac{8}{3}t & \text{dla } t \in \left\langle 0; \frac{1}{2} \right\rangle \\ \frac{4}{3} & \text{dla } t \in \left\langle \frac{1}{2}; 3 \right\rangle \\ -\frac{4}{3}t + \frac{16}{3} & \text{dla } t \in \langle 3; 4 \rangle \end{cases}$$

199. w trakcie 11 sezonu grzewczego    200. 1500 m<sup>2</sup>, 2700 m<sup>2</sup>, 900 m<sup>2</sup>    201. 10 CD,

30 DVD    202. 1 dolar = 21 800 zł, 1 marka = 12 350 zł    203. a) wszystkie    b) (3, 1)

206. AB:  $y \geq -\frac{5}{7}x + \frac{18}{7}, AC: y \leq \frac{1}{5}x + \frac{22}{5}, BC: y \leq -3x + 14$     207. I i D, II i A, III i C, IV i B

208. a) AC:  $x \geq -3, BC: y \leq \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}, AB: y \geq x + 2$     b)  $-4 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 3$

c) AB:  $y \geq -2, CD: y \leq 2, AD: y \leq 4x + 10, BC: y \leq -2x + 4$     b) AB:  $y \geq \frac{5}{2}x - 8,$

$BC: y \leq -\frac{1}{7}x + \frac{18}{7}, AC: y \geq -\frac{6}{5}x - \frac{3}{5}$     209. IV    211. a)  $f(x) = -(x+1)^3$     b)  $f(x) = -\sqrt{6}x^2$

c)  $f(x) = -x - 1$     d)  $f(x) = \frac{5}{x}$     212. a) -4, 0, 5    b) -5, 0, 4    213. kwadrat

215. a)  $f(x) = -(-x-1)^4$     b)  $f(x) = 8\sqrt{-x} + 2$     c)  $f(x) = -\sqrt{3}(-x+4) + 2$     d)  $f(x) = \frac{3}{x+1}$

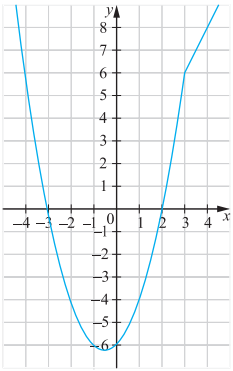
218. symetria względem (0, 0)    220. a)  $f(x) = x^2, \vec{u} = [0, -1]$     b)  $f(x) = x^4, \vec{u} = [\pi, 2]$

- c)  $f(x) = \frac{9}{x}$ ,  $\vec{u} = [3, 5]$  d)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $\vec{u} = [4, \sqrt{2}]$  **221.** a)  $f(x) = \frac{3}{|x+4|} + 6$
- b)  $f(x) = \frac{3}{|x-12|}$  c)  $f(x) = \frac{3}{|x+\frac{2}{\pi}|} - 1$  d)  $f(x) = \frac{3}{|x+\sqrt{2}|} + \sqrt{3}$  **222.** a) np. przesunięcie o  $\vec{u} = [4, 0]$  b) np. przesunięcie o  $\vec{u} = [-2, 0]$  c) przesunięcie o  $\vec{u} = [-3, 0]$  **227.** o 200% i o 75%
- 228.** a) przesunięcie o  $\vec{u} = [\frac{1}{3}, 0]$ ,  $g(x) = 3\sqrt{x - \frac{1}{3}}$  b) symetria względem osi  $x$ , przesunięcie o  $\vec{u} = [0, -2]$ ,  $g(x) = -x^2 - 2$  c) symetria względem osi  $x$ , przesunięcie o  $\vec{u} = [1, 0]$ ,  $g(x) = |-(x-1)^3|$  d) symetria względem osi  $x$ , przesunięcie o  $\vec{u} = [0, 4]$ ,  $g(x) = \left| -\frac{2}{x} + 4 \right|$
- 229.**  $D_f = D_g = D_h = \langle -6; 2 \rangle$ ,  $Z_{w_f} = \langle 0; 3 \rangle$ ,  $Z_{w_g} = \langle -6; 0 \rangle$ ,  $Z_{w_h} = \langle 0; 7 \rangle$ ,  $g$ : rosnąca dla  $x \in \langle -6; -5 \rangle$  oraz dla  $x \in \langle -2; 1 \rangle$ , malejąca dla  $x \in \langle -5; -2 \rangle$  oraz dla  $x \in \langle 1; 2 \rangle$ ,  $h$ : rosnąca dla  $x \in \langle -\frac{5}{2}; -1 \rangle$  oraz dla  $x \in \langle \frac{1}{2}; 2 \rangle$ , malejąca dla  $x \in \langle -6; -\frac{5}{2} \rangle$  oraz dla  $x \in \langle -1; \frac{1}{2} \rangle$
- 231.** a)  $9j^2$  b)  $25j^2$  c)  $8j^2$  d)  $4j^2$  **233.** a), c) **234.** a)  $y = x^2$
- b)  $y = ax^2$ ,  $a \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$  c)  $y = \frac{1}{18}x^2$  d)  $y = \frac{\sqrt{2}}{3}x^2$  **236.** a)  $y = 2x^2$ ,  $D = \langle -1; 1 \rangle$ ,  $Z_w = \langle 0; 2 \rangle$
- b)  $y = \frac{1}{2}x^2$ ,  $D = \{-2, -1, 0, \frac{1}{2}, 3\}$ ,  $Z_w = \left\{ 0, \frac{1}{8}, \frac{1}{2}, 2, 4\frac{1}{2} \right\}$  **237.**  $P = \frac{9}{20}x^2$  **238.**  $P = 2\sqrt{3}x^2$
- 239.**  $P = 1,21\pi x^2$  **240.**  $P = 43x^2$ ,  $P = 41x^2$ ,  $P = 31x^2$  **242.** a)  $A$  nie należy,  $B$  należy b)  $A$  należy,  $B$  nie należy c)  $A$  należy,  $B$  należy d)  $A$  nie należy,  $B$  należy
- 246.** a)  $f(x) = 2(x+3)^2 + 2$ ,  $Z_w = \langle 2; +\infty \rangle$ ;  $f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1$ ,  $Z_w = \langle -1; +\infty \rangle$ ;  
 $f(x) = 2x^2 - 2$ ,  $Z_w = \langle -2; +\infty \rangle$ ;  $f(x) = 2(x - \sqrt{2})^2 - 1$ ,  $Z_w = \langle -1; +\infty \rangle$
- b)  $f(x) = -3(x-1)^2 - 2$ ,  $Z_w = (-\infty; -2]$ ;  $f(x) = -3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 2$ ,  $Z_w = (-\infty; 2]$ ;
- $f(x) = -3x^2 + 1$ ,  $Z_w = (-\infty; 1]$ ;  $f(x) = -3(x+2)^2 + \sqrt{2}$ ,  $Z_w = (-\infty; \sqrt{2}]$  **247.** b) 10,4 m
- c) tak **248.** a) 3877,5 m, 3510 m b) ok. 22 s **249.** ok. 10,63 s **252.** a)  $W = (0, -2)$  b)  $W = (0, 1)$  c)  $W = (0, 3)$  d)  $W = (-2, 0)$  e)  $W = (1, 0)$  f)  $W = (-2, -5)$
- 254.** a)  $f(x) = x^2 - 4x + 10$  b)  $f(x) = \frac{3}{16}x^2 - \frac{9}{8}x + 2$  c)  $f(x) = \frac{5}{32}x^2$
- d)  $f(x) = -\frac{7}{8}x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{13}{8}$  **255.** a) 1148,5 m b) po ok. 30,6 s c) po ok. 30,75 s
- 256.** prosta  $x = \frac{3}{2}$  **257.**  $f$ : a)  $-\sqrt{6}, \sqrt{6}$  b)  $x = 0$  c)  $f(x) = \frac{1}{2}(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6})$
- d)  $y_{\min} = -3$  e) dla  $x = 0$ ;  $g$ : a)  $-2$  b)  $x = -2$  c)  $g(x) = -3(x+2)(x+2)$  d)  $y_{\max} = 0$  e) dla  $x = -2$ ;  $h$ : a) brak m. zerowych b)  $x = 1$  c) brak d)  $y_{\min} = 4$  e) dla  $x = 1$
- 258.** a) rosnąca dla  $x \in \langle -2; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in (-\infty; -2)$ ,  $y_{\min} = 0$ ,  $y = (x+2)(x+2)$  b) rosnąca dla  $x \in \langle \frac{3}{4}; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in \left(-\infty; \frac{3}{4}\right)$ ,  $y_{\min} = \frac{7}{8}$  c) rosnąca dla  $x \in (-\infty; 1]$ , malejąca dla  $x \in \langle 1; +\infty \rangle$ ,  $y_{\max} = -4$  **259.** a)  $A$  i  $C$  b)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;
- $y = 2\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  c)  $x = 0$  d)  $(-1, 1), (2, 7)$  **260.** a) 2 b) 0 c) 1
- 261.** a) ok. 1,84 m b) 1,1 m c) po ok. 1,2 s **262.** ok. 16,55 m, ok. 3,44 s

264. a)  $y_{\max} = -1, y_{\min} = -26$  b)  $y_{\max} = -10 + 3\sqrt{2}, y_{\min} = -230$  c)  $y_{\max} = 30, y_{\min} = -6$   
 d)  $y_{\max} = 10, y_{\min} = -11\frac{1}{8}$  265. a)  $a = -\frac{1}{4}, y_{\max} = 7$  b)  $b = 16, y_{\max} = 34$

266. a)  $b = 2, y_{\min} = -10$  b)  $a = -\frac{3}{4}, y_{\min} = 10$  267. a) ok. 29 m/s b) ok. 197,2 m

268. a) Janek – 4 km/h, Piotr – 4,5 km/h b) Janek – 45 min, Piotr – 40 min

269.  a) rosnąca dla  $x \in \langle -\frac{1}{2}; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in \langle -\infty; -\frac{1}{2} \rangle$

b) 2, -3 c)  $x \in \langle -3; 2 \rangle$  270.  $a = 1, b = 2, c = -8,$   
 $Z_w = \langle -9; +\infty \rangle$ , rosnąca dla  $x \in \langle -1; +\infty \rangle$ , malejąca

dla  $x \in \langle -\infty; -1 \rangle$  271.  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{15}{4}$ , rosnąca

dla  $x \in \langle 1; +\infty \rangle$ , malejąca dla  $x \in \langle 0; 1 \rangle$  272. a)  $y_{\min} = 0$

b)  $y_{\min} = -\frac{24}{7}$  c) brak 273. ok. 19,3 m/s 274. o  $15^{00}$

275. (1, -9) 276. 8535 zł 277. obie po 7,5 cm  $\times$  7,5 cm

278. a) 62 b) tak, nie c) 167 279.  $b = -3, c = 4,$

$y = -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$  280. a)  $x_1 > 0, x_2 > 0$

b)  $x_1 > 0, x_2 < 0$  c)  $x_1 < 0, x_2 < 0$  d)  $x_1 > 0, x_2 < 0$  281. a) -1, 2 b) -3, 2 c) 2, 4

d) -2, 7 282. a)  $\frac{2}{15}$  b) -16 lub 16 c) 4 d) 34 283. a)  $-2, \frac{1}{2}$  b) 2,5, 6 c)  $-2,5, \frac{1}{3}$

284.  $2 - \sqrt{19}, 2 + \sqrt{19}$  285.  $-1, \frac{4}{3}$  286. -1, 3 287.  $\sqrt{61}$  cm 288. 1677, 1882

289. 2 mm 290. a) 1 b) 9 c)  $\sqrt{2}$  291. a) 1,  $\sqrt[3]{4}$  b) 16 c) 3 292. a) 1 b)  $\frac{7-\sqrt{5}}{2}$

c) -1, 0, 1 293. a)  $x \in \langle -\infty; 0 \rangle \cup \langle \frac{2}{3}; +\infty \rangle$  b)  $x \in \langle 1; 4 \rangle$  c)  $x \in \langle -\frac{3}{2}; 5 \rangle$

294. a)  $x \in \langle -\sqrt{5}; 0 \rangle \cup \langle 2; \sqrt{5} \rangle$  b)  $x \in \langle -2; 1 \rangle$  295.  $A \cup B = \langle -1; 5 \rangle, B \cap A' = \langle 4; 5 \rangle$

296. 12 m, 6 m 297. a)  $\frac{8(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})}{3}$  b)  $d \in (0; 16\sqrt{2}-16)$  298.  $a \in (0; 2 + \sqrt{2})$

299.  $15(2\sqrt{3}-3)$  cm 300.  $k = -6, x = 3 - \sqrt{3}$  301.  $m = -2$  302.  $n^2 > 4mp,$

$16mp = 3n^2 \wedge m \neq 0$  303.  $n \in \langle -0,4m; 0,4m \rangle \wedge m \neq 0$  304. a) dla

$p \in \langle -\infty; \frac{1}{2} \rangle \cup \langle 2; +\infty \rangle$  – brak rozw., dla  $p \in \left\{ \frac{1}{2}, 1, 2 \right\}$  – 1 rozw., dla  $p \in \left( \frac{1}{2}; 1 \right) \cup \langle 1; 2 \rangle$

– 2 rozw. b)  $p \in \langle 2; +\infty \rangle$  305. a)  $p \in \mathbf{R} \setminus \{-4\}$  b)  $p \in \left( -\frac{1}{2}; 3 \right)$

306.  $a \in \langle -\infty; -\frac{1}{2} \rangle$  307.  $a \in \langle -\infty; -\frac{2}{5} \rangle \cup \langle \frac{2}{3}; +\infty \rangle$

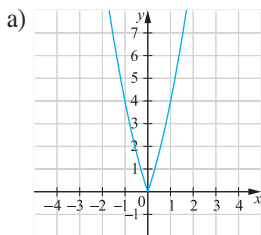
308.  $p \in \mathbf{R} \setminus \{0\}, k \in \langle -\infty; -9 - \sqrt{13} \rangle \cup \langle -9 + \sqrt{13}; -2 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle, p = -k - 2$

309.  $m \in \left( \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right)$  310. dla  $a = -1, x = 0$ ; dla  $a = 2 - \sqrt{5}, x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ;

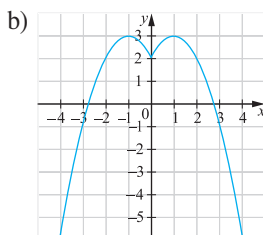
dla  $a = 2 + \sqrt{5}, x = \frac{\sqrt{5}+3}{2}$  311.  $q \in \langle 1; 1,2 \rangle \cup \langle 1,5; 3 \rangle$  312. a)  $Z_w = \langle 0; +\infty \rangle$

b)  $Z_w = \langle 0; +\infty \rangle$  c)  $Z_w = \left\langle \frac{3}{4}; +\infty \right\rangle$

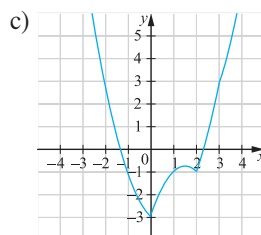
313.



$Z_w = \langle 0; +\infty \rangle$ ,  
rosnąca dla  $x \in \langle 0; +\infty \rangle$ ,  
malejąca dla  $x \in \langle -\infty; 0 \rangle$



$Z_w = \langle -\infty; 3 \rangle$ ,  
rosnąca dla  $x \in \langle -\infty; -1 \rangle$   
oraz dla  $x \in \langle 0; 1 \rangle$ ,  
malejąca dla  $x \in \langle -1; 0 \rangle$   
oraz dla  $x \in \langle 1; +\infty \rangle$



$Z_w = \langle -3; +\infty \rangle$ ,  
rosnąca dla  $x \in \langle 0; \frac{3}{2} \rangle$   
oraz dla  $x \in \langle 2; +\infty \rangle$ ,  
malejąca dla  $x \in \langle -\infty; 0 \rangle$   
oraz dla  $x \in \langle \frac{3}{2}; 2 \rangle$

314. a)  $-1 - \sqrt{3}$ ,  $-1 + \sqrt{3}$  b)  $-3, 1$  c)  $1 - 2\sqrt{2}$ ,  $1, 1 + 2\sqrt{2}$  315. a)  $x \in \langle -2; 5 \rangle$

b)  $x \in \langle -\infty; -3 \rangle \cup \langle 3; +\infty \rangle$  c)  $x \in \langle -2; 2 \rangle$  316. a)  $x \in \langle -\infty; -4 \rangle \cup \langle 4; +\infty \rangle$

b)  $x \in \langle -2; -1 \rangle \cup \langle 1; 2 \rangle$  317.  $D = \{-1, 1\}$ ,  $Z_w = \{1\}$  318. a)  $\sin \alpha = \cos \beta = \frac{\sqrt{15}}{4}$ ,

$\cos \alpha = \sin \beta = \frac{1}{4}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta = \sqrt{15}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{15}}{15}$  b)  $\sin \gamma = \cos \delta = \frac{7\sqrt{65}}{65}$ ,

$\cos \gamma = \sin \delta = \frac{4\sqrt{65}}{65}$ ,  $\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{ctg} \delta = \frac{7}{4}$ ,  $\operatorname{ctg} \gamma = \operatorname{tg} \delta = \frac{4}{7}$  c)  $\sin x = \cos y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,

$\cos x = \sin y = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ,  $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\operatorname{ctg} x = \operatorname{tg} y = \sqrt{2}$  319. a)  $\sqrt{6}$ ,  $2\sqrt{2}$ ,  $60^\circ$

b) ok. 7,2, ok. 9,3,  $50^\circ$  c) ok. 4,5, ok. 6,6,  $35^\circ$  320. a)  $a = 8$ ,  $c = 4$ ,  $d = 4\sqrt{2}$ ,  $\alpha = 45^\circ$

b)  $a = 2\sqrt{3}$ ,  $b = \sqrt{21 + 6\sqrt{3}}$ ,  $\alpha \approx 32^\circ$ ,  $\beta \approx 28^\circ$  322. a)  $25\sqrt{3} \text{ j}^2$ ,  $30 \text{ j}$

b)  $18 \text{ j}^2$ ,  $6(\sqrt{2} + 2) \text{ j}$  323.  $30 \text{ dm}$ ,  $27\sqrt{3} \text{ dm}^2$  324.  $60^\circ$ ,  $120^\circ$

326.  $2\frac{1}{4}$  327. a)  $\sqrt{3}$  b) 2 c)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$  d) 1 328. a) 1 b) 1

329. a) jest b) jest c) nie jest d) jest 332.  $\sin \alpha = \cos \beta = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ ,  $\cos \alpha = \sin \beta = \frac{3\sqrt{13}}{13}$ ,

$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta = \frac{2}{3}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \beta = \frac{3}{2}$  333. a)  $\approx 33^\circ$  b)  $\approx 41^\circ$  c)  $60^\circ$  d)  $\approx 72^\circ$

334. a)  $45^\circ$  b)  $45^\circ$  335. a)  $22,5^\circ$  b)  $20^\circ$  c)  $15^\circ$  d)  $45^\circ$  336.  $209 \text{ m}$  337.  $\approx 19^\circ$

338. ok.  $922,68 \text{ m}$  339. ok.  $2359,7 \text{ m}$  340.  $h_1 = \frac{100\sqrt{3}}{3} \text{ m}$ ,  $l_1 = \frac{200\sqrt{3}}{3} \text{ m}$ ,

$h_2 = 100 \text{ m}$ ,  $l_2 = 100\sqrt{2} \text{ m}$ ,  $h_3 = 100\sqrt{3} \text{ m}$ ,  $l_3 = 200 \text{ m}$  341. ok.  $76,4 \text{ m}$  lub  $840 \text{ m}$

342. ok.  $904,1 \text{ m}$  lub ok.  $242,6 \text{ m}$  343.  $\approx 52^\circ$ ,  $\approx 38^\circ$ ,  $\approx 106 \text{ m}$  344. ok.  $370 \text{ m}$

345.  $15,24 \text{ cm}$