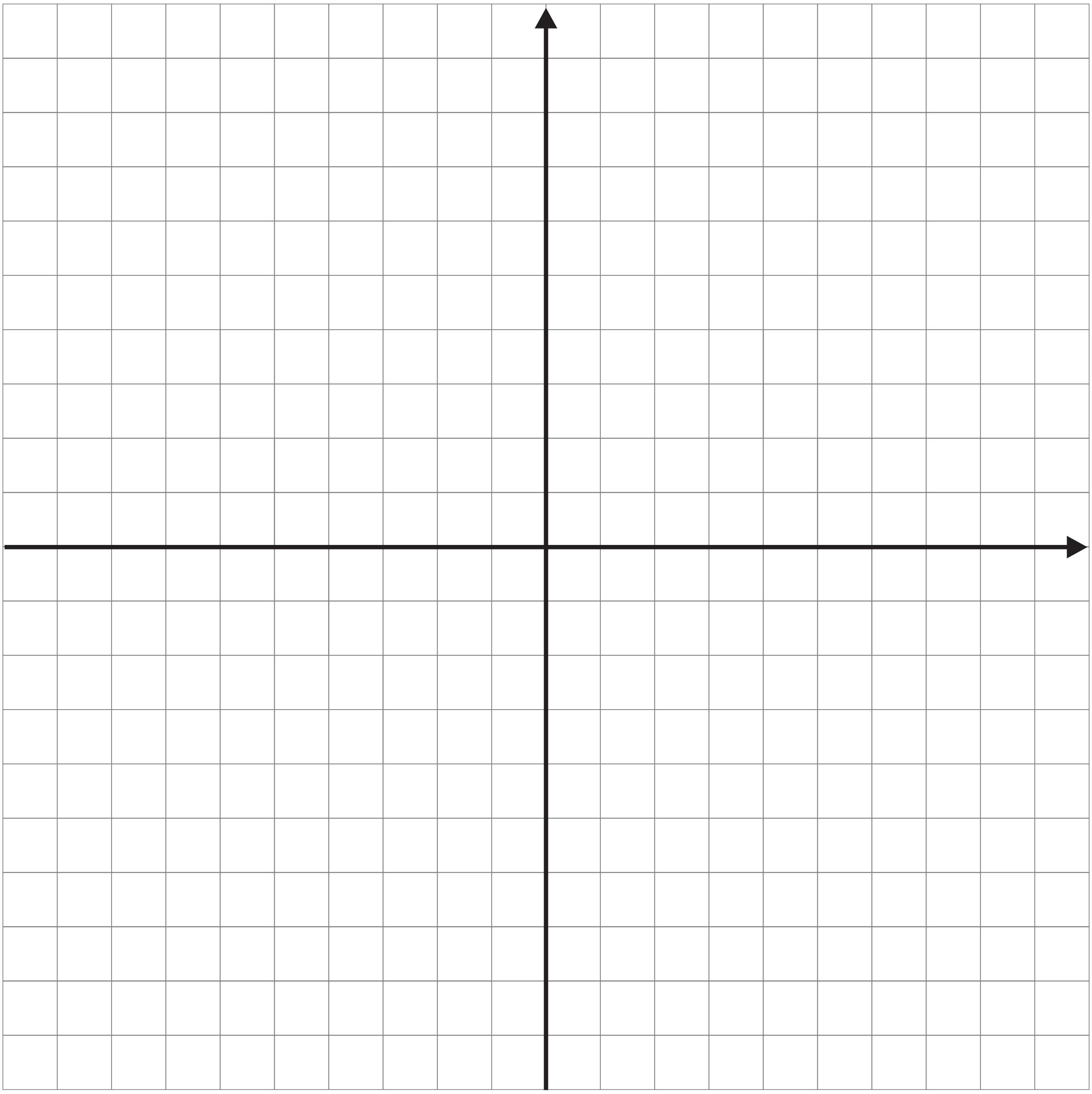
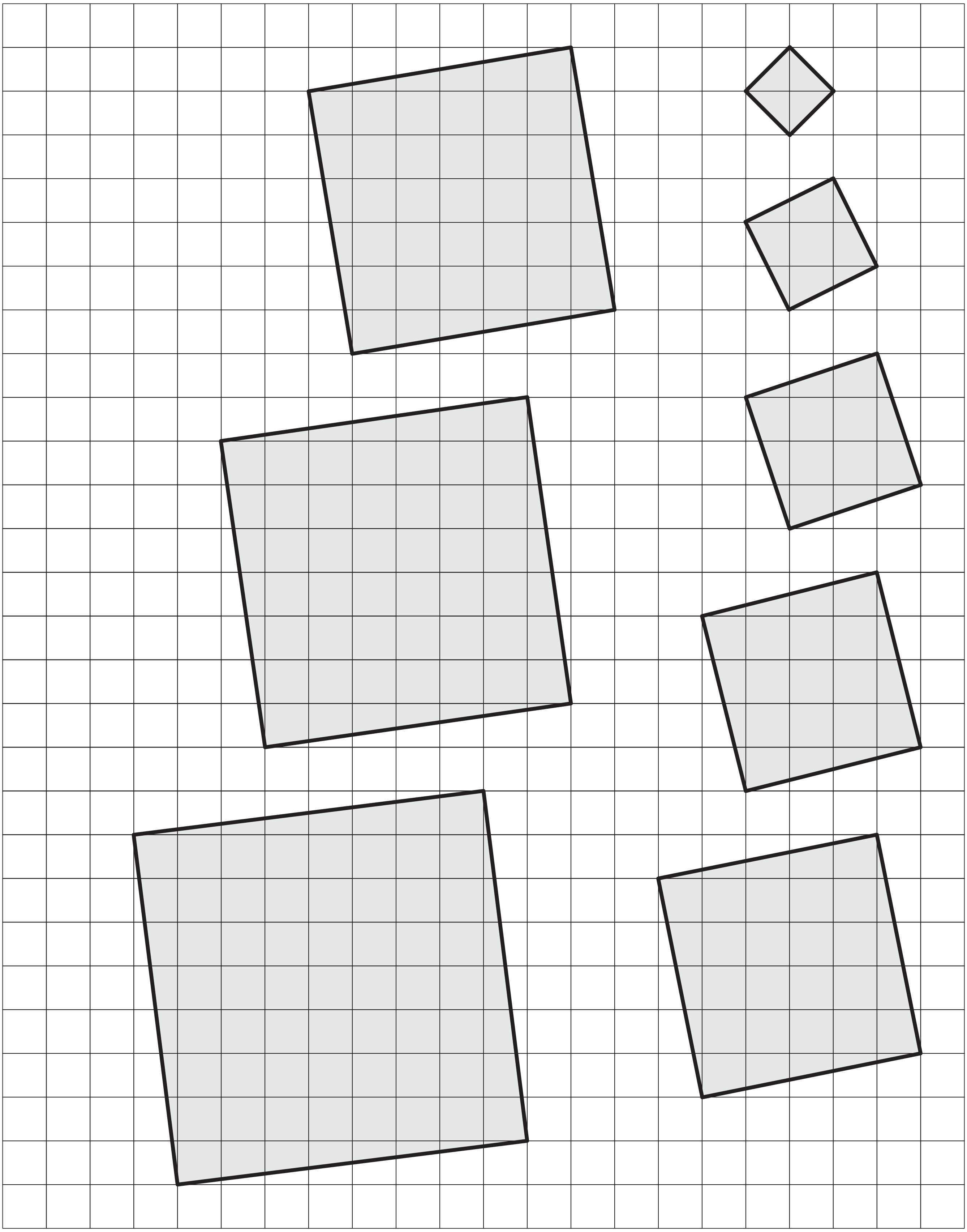
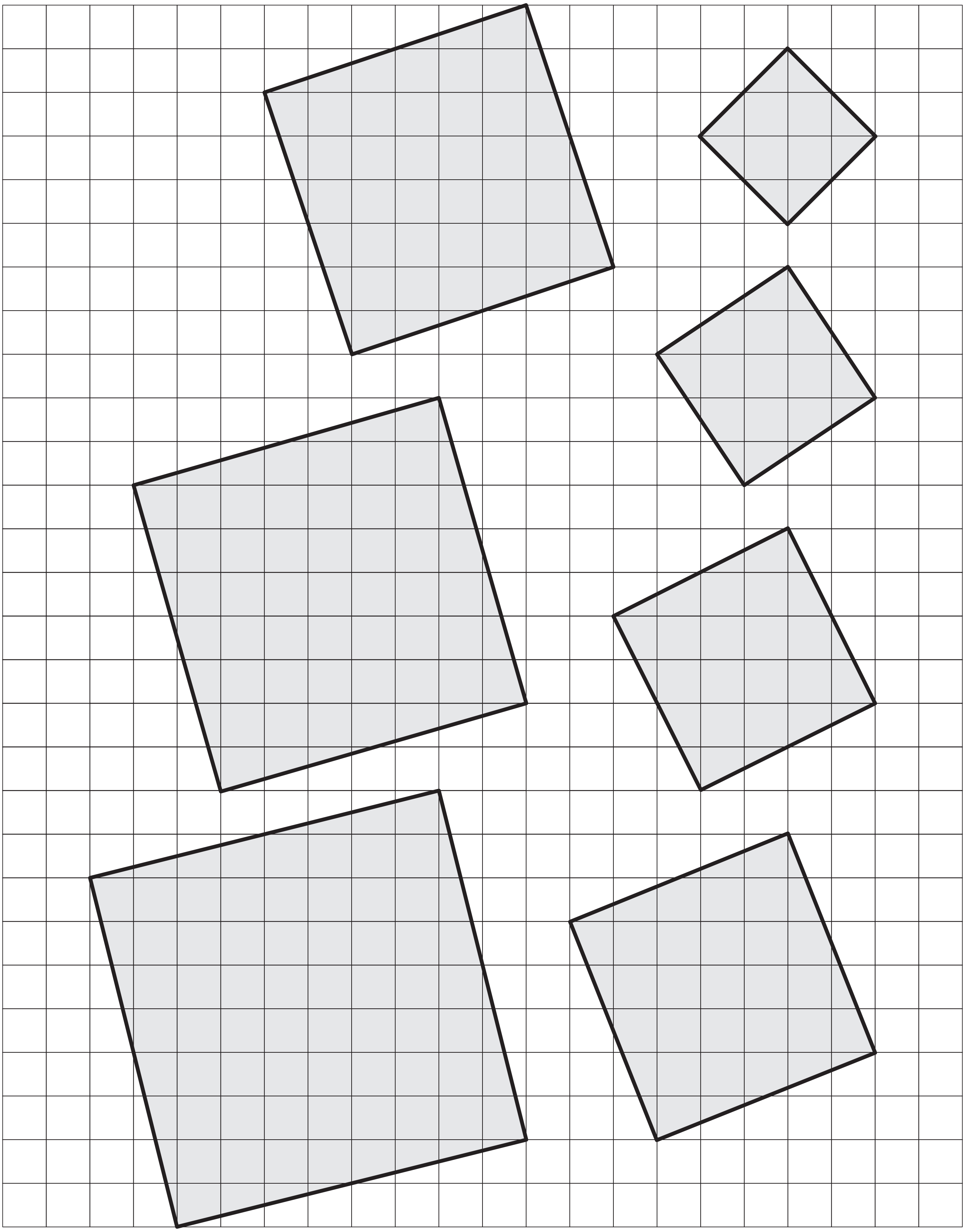
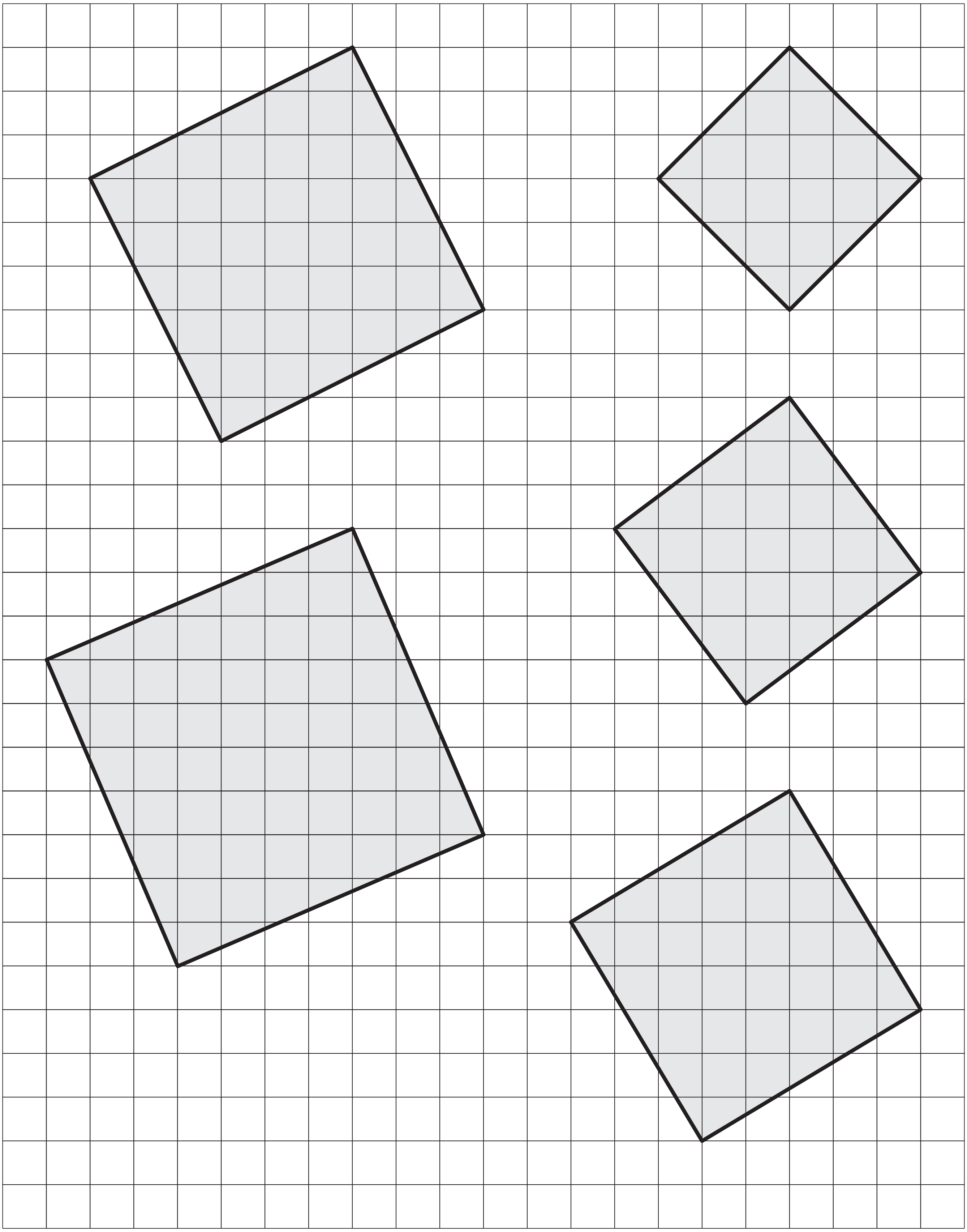
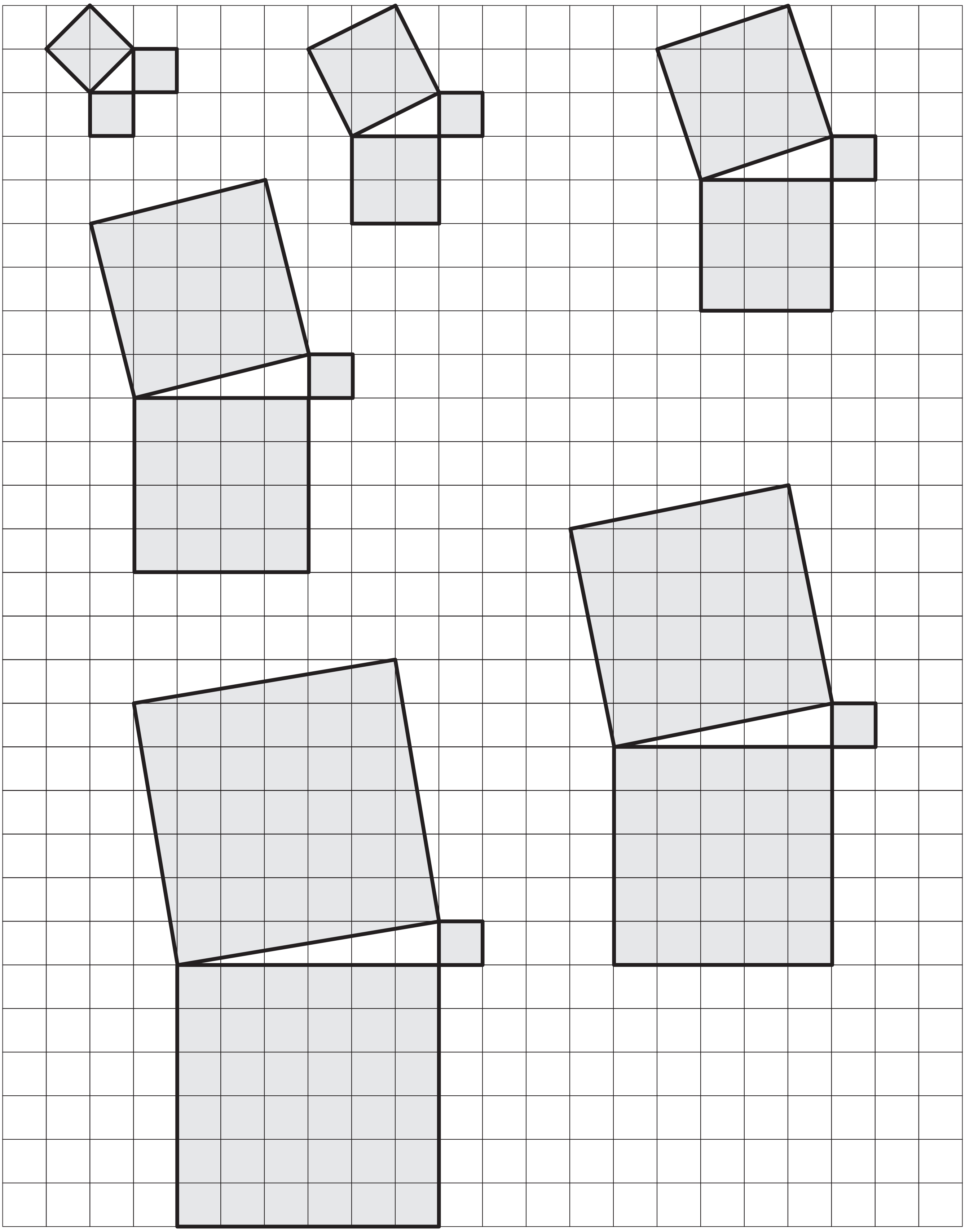
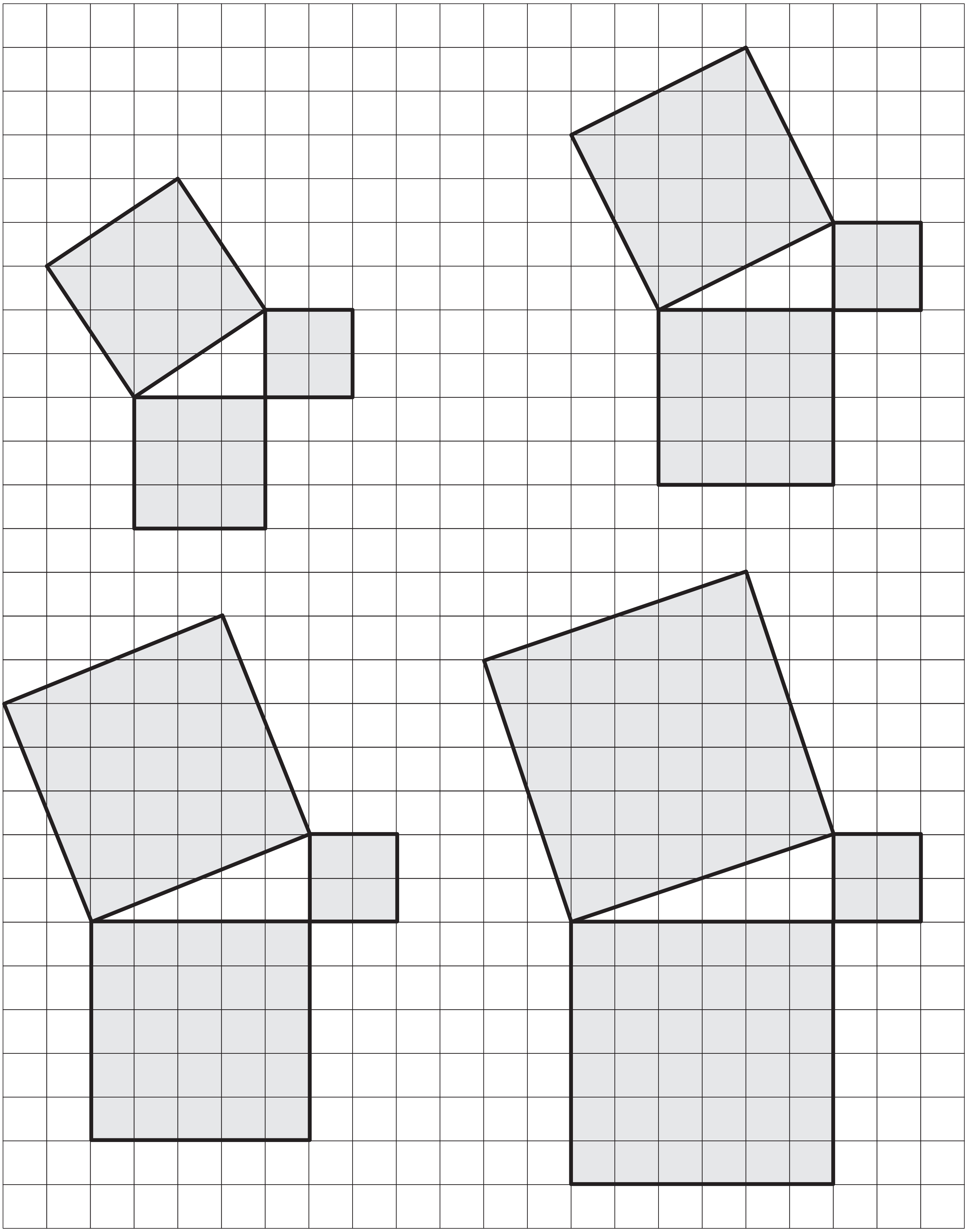


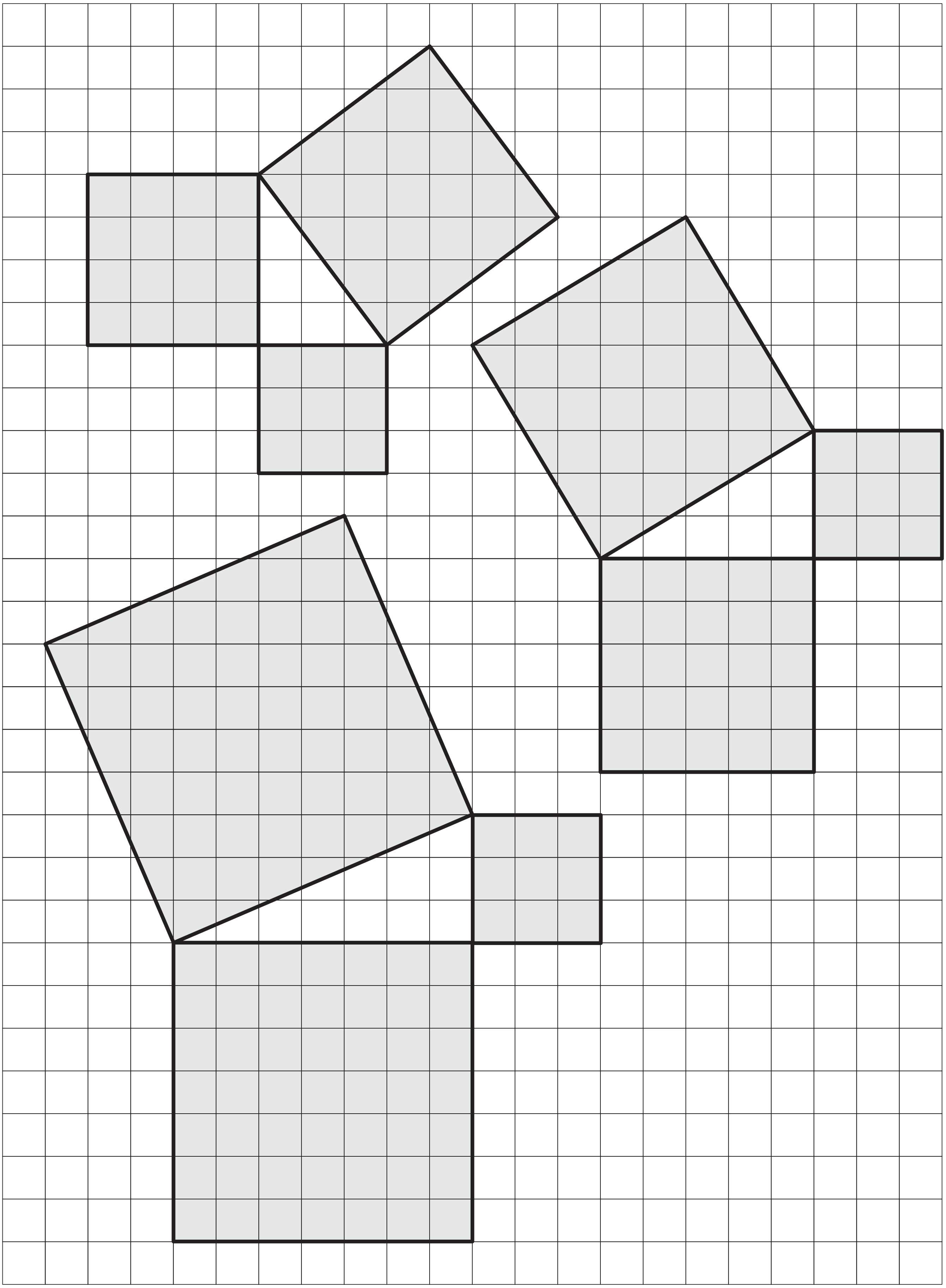


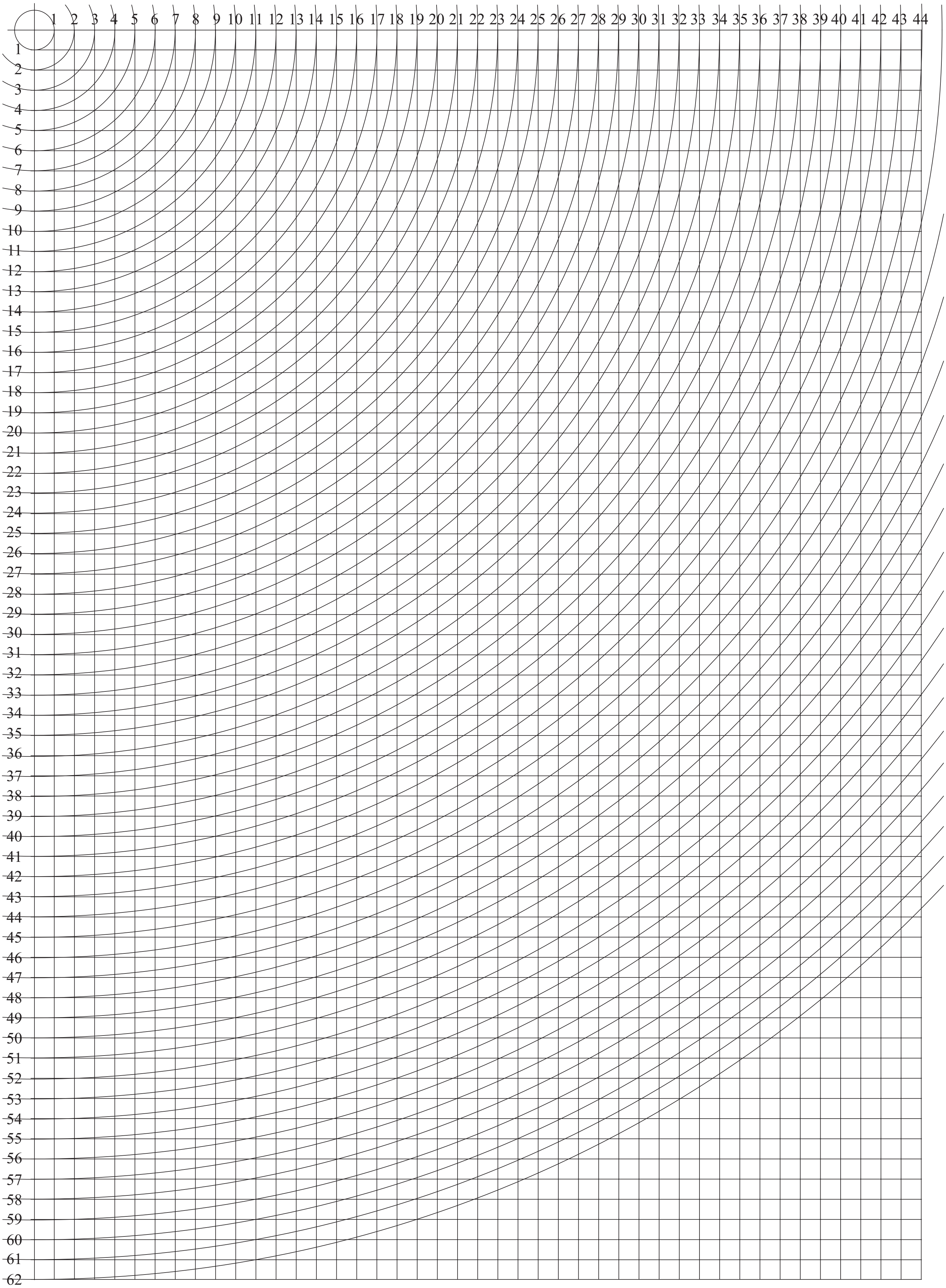


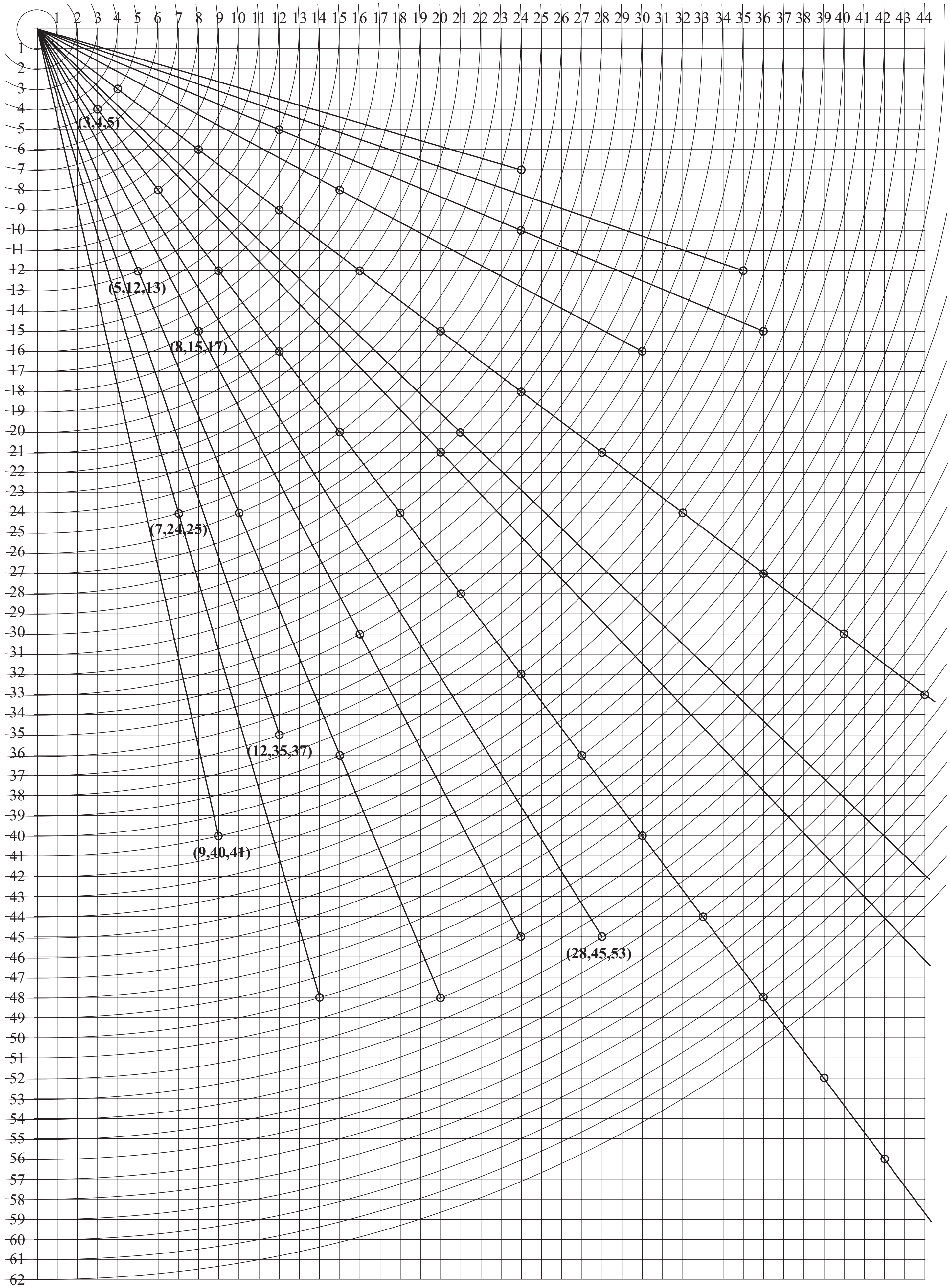









1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62


(3,4,5)
(5,12,13)
(8,15,17)
(7,24,25)
(12,35,37)
(9,40,41)
(28,45,53)

DEFINICJA POTĘGI

Niech a będzie dowolną liczbą, zaś n dowolną liczbą naturalną różną od zera.

***n*-tą potęgą liczby** a (a^n) nazywamy iloczyn n czynników liczby a.

$$a^1 = a$$
$$a^2 = a \cdot a$$
$$a^3 = a \cdot a \cdot a$$
$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ czynników}}$$

$$4^1 = 4$$
$$5^2 = 5 \cdot 5$$
$$7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7$$
$$9^{100} = \underbrace{9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \ldots \cdot 9}_{100 \text{ czynników}}$$

5^2 czytamy: *pięć do potęgi drugiej*
lub *pięć do kwadratu*
lub *kwadrat liczby pięć*

7^3 czytamy: *siedem do potęgi trzeciej*
lub *siedem do sześcianu*
lub *sześcian liczby siedem*

9^5 czytamy: *dziewięć do potęgi piątej*

Przyjmujemy ponadto, że jeżeli a jest liczbą różną od 0, to $a^0 = 1$.

Np. $4^0 = 1$ $\quad \left(\frac{1}{4}\right)^0 = 1$

$$a^n$$

wykładnik potęgi

podstawa potęgi

Rozwiązując zadanie za pomocą równania, należy:

I. Dokładnie przeczytać tekst zadania.

II. Ustalić zależności pomiędzy wielkościami opisanymi w zadaniu.

III. Wybrać jedną z poszukiwanych wielkości i oznaczyć ją dowolną literą.

IV. Opisać pozostałe szukane wielkości, wykorzystując przyjęte oznaczenia oraz zależności między poszukiwanymi wielkościami.

V. Zapisać równanie opisujące sytuację z zadania.

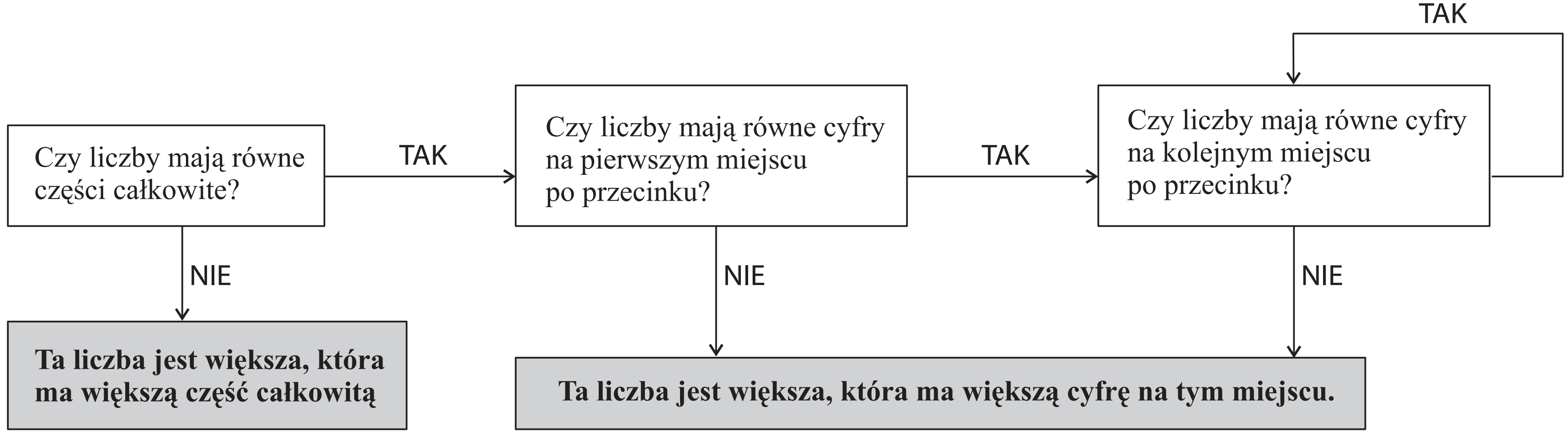
VI. Rozwiązać równanie.

VII. Wyznaczyć wszystkie szukane wielkości.

VIII. Sprawdzić, czy wyznaczone wielkości spełniają warunki zadania.

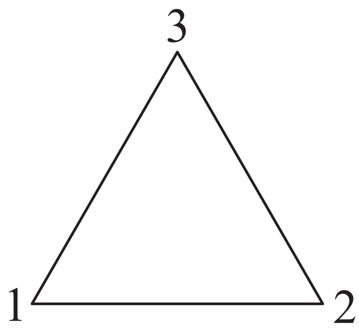
IX. Sformułować odpowiedź do zadania.

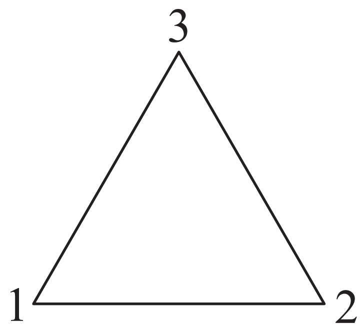
Jak porównywać dwie różne liczby zapisane w postaci dziesiętnej?

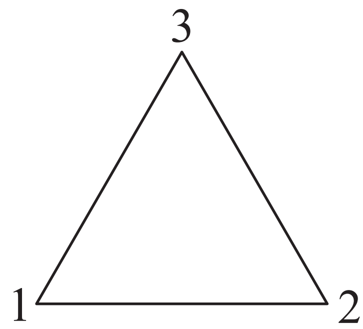


MAGICZNE TRÓJKĄTY LICZBOWE

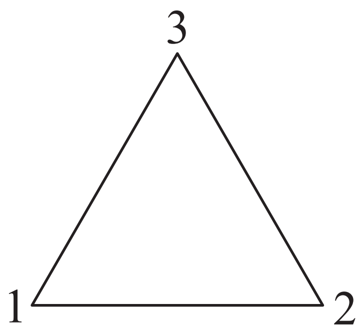
Przy wierzchołkach trójkąta zapisano liczby 1, 2, 3.
Umieść liczby 4, 5, 6, 7, 8 i 9 na bokach trójkąta tak, by suma wszystkich liczb przy każdym boku wynosiła **17**. Wykonaj to ćwiczenie na trzy różne sposoby.

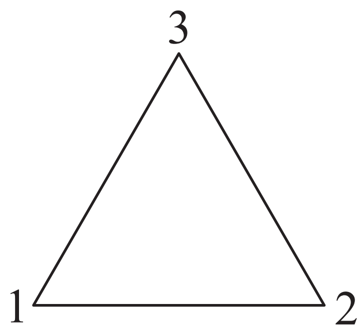


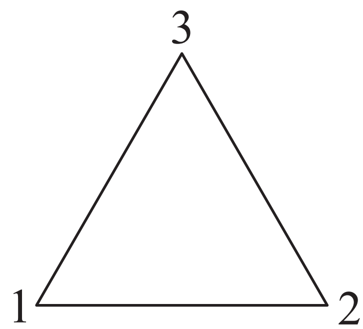




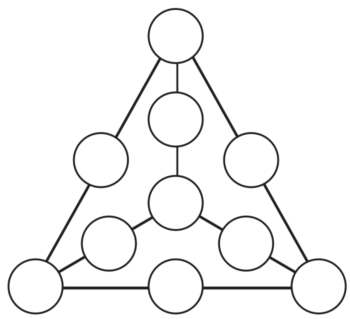
Umieść liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 na bokach trójkąta tak, by suma wszystkich liczb przy każdym boku wynosiła **20**. Wykonaj to ćwiczenie na trzy różne sposoby.



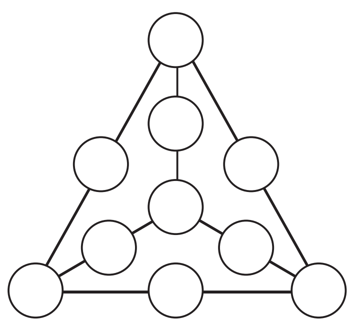




W dziesięciu kółkach rozmieszczonych w trójkącie równobocznym wpisz liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 tak, aby sumy liczb znajdujących się wzdłuż obwodu każdego z trzech małych trójkątów były równe **28**.



W dziesięciu kółkach rozmieszczonych w trójkącie równobocznym wpisz liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 tak, aby sumy liczb znajdujących się wzdłuż obwodu każdego z trzech małych trójkątów były równe **38**.

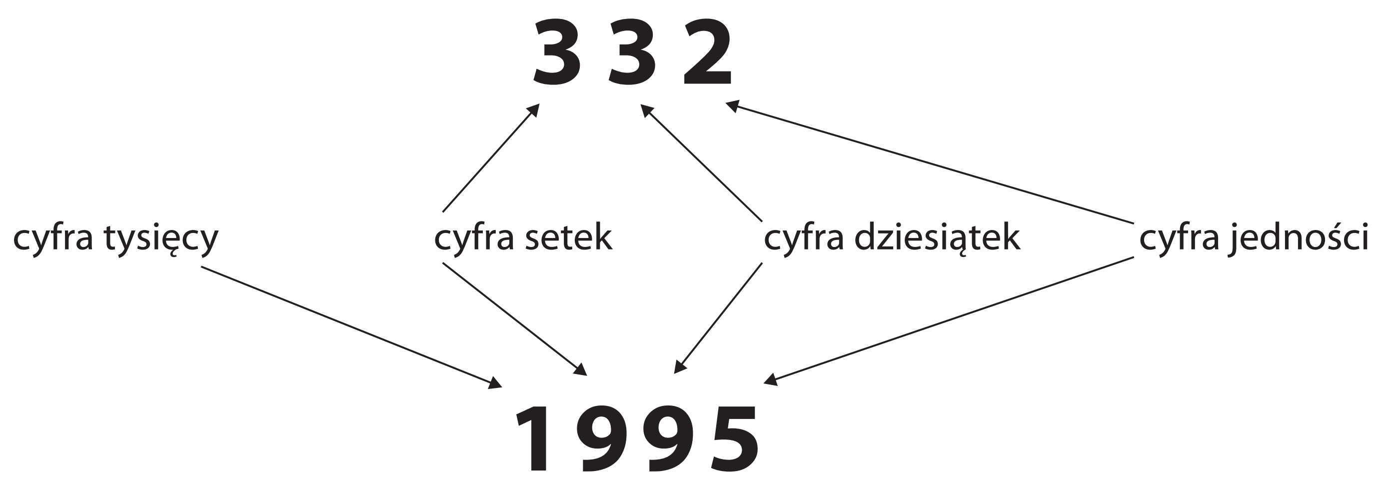


W **dziesiątkowym, pozycyjnym systemie liczbowym** liczby zapisujemy za pomocą dziesięciu cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Zapis **332** oznacza liczbę trzycyfrową równą

$$\mathbf{3} \cdot 100 + \mathbf{3} \cdot 10 + \mathbf{2} \cdot 1$$

Zapis **1995** oznacza liczbę czterocyfrową równą

$$\mathbf{1} \cdot 1000 + \mathbf{9} \cdot 100 + \mathbf{9} \cdot 10 + \mathbf{5} \cdot 1 = \mathbf{1} \cdot 10^3 + \mathbf{9} \cdot 10^2 + \mathbf{9} \cdot 10^1 + \mathbf{5} \cdot 10^0$$

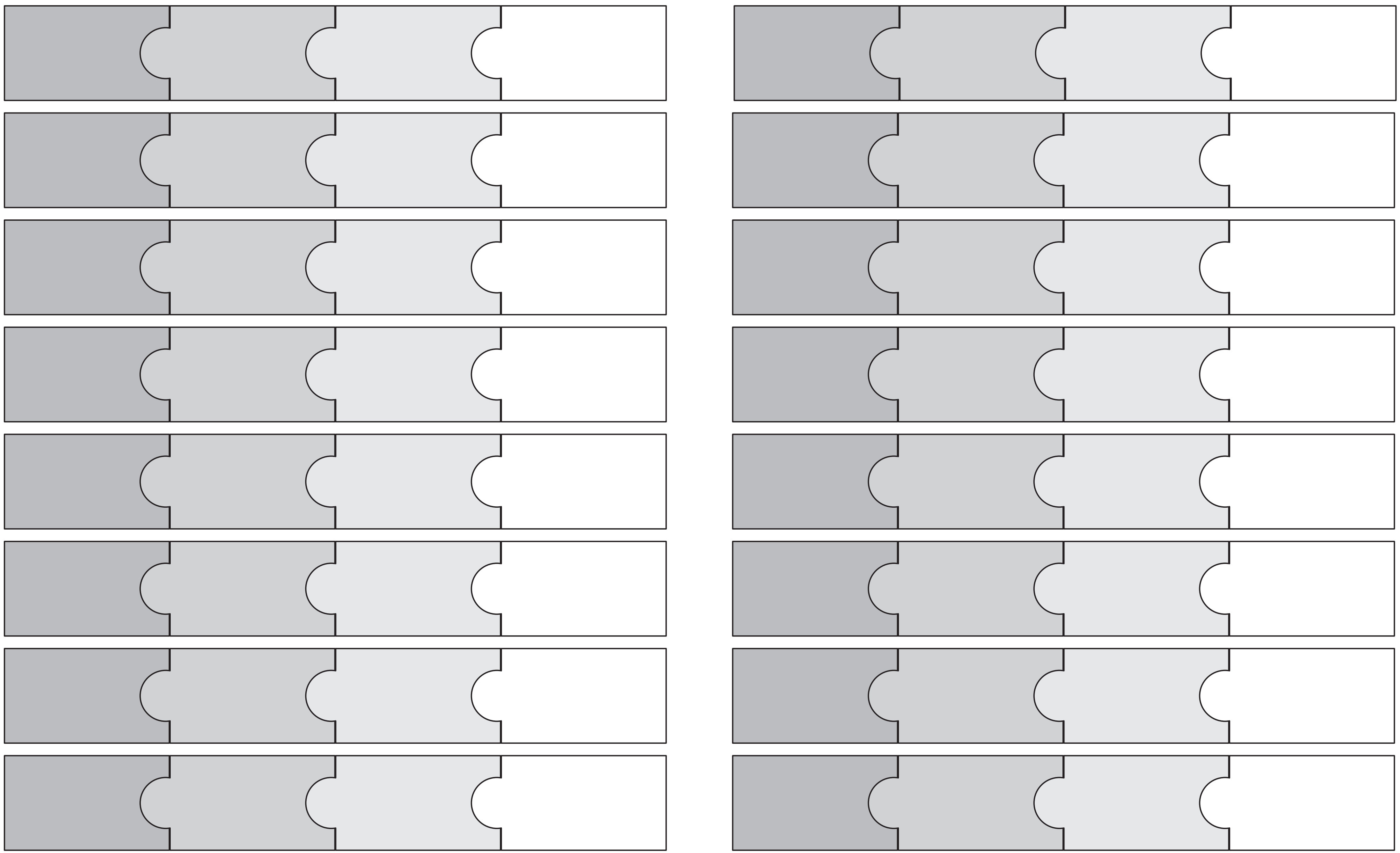


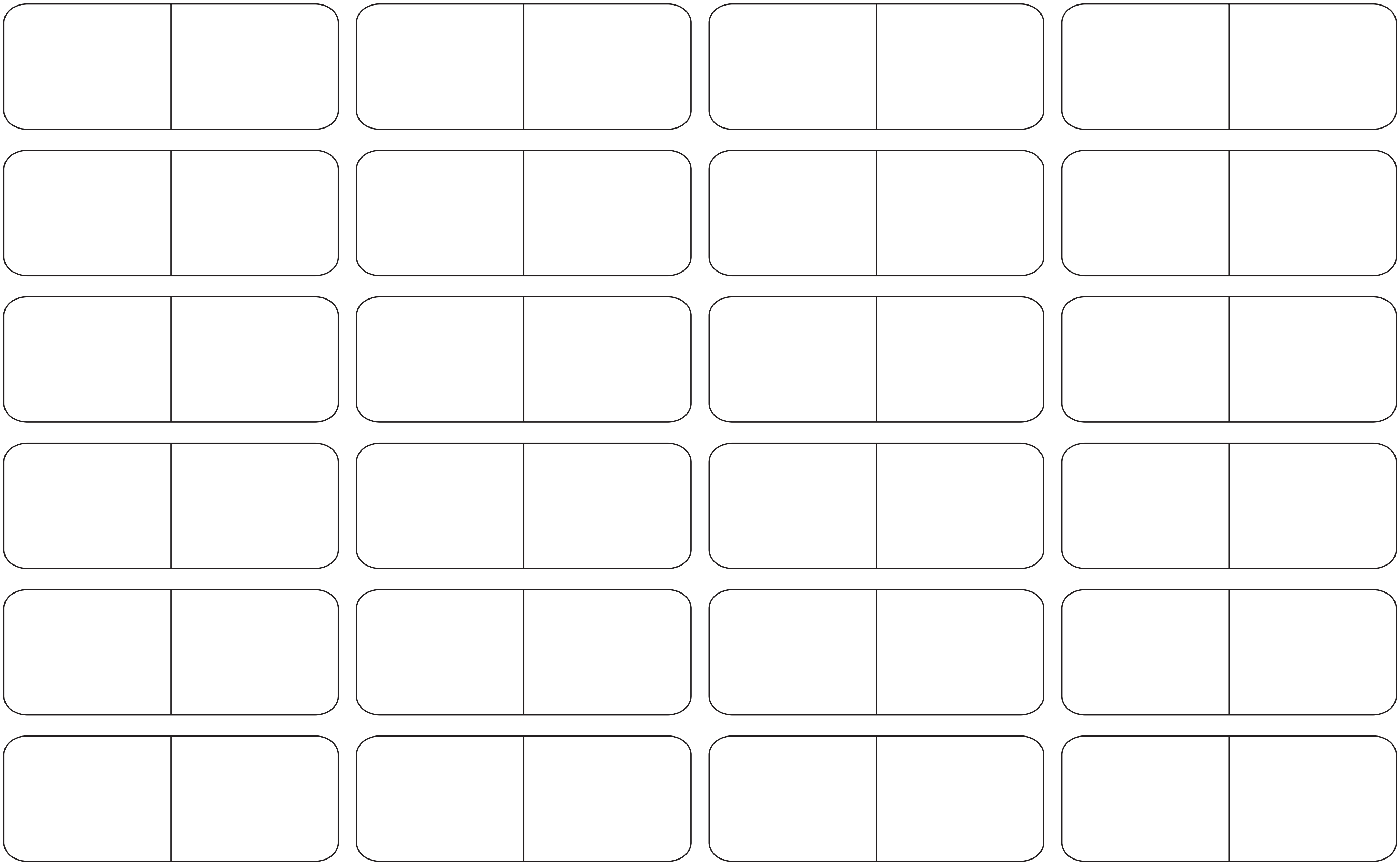
liczba o 2 mniejsza od liczby 7	$7-2$	$x-2$	liczba o 2 mniejsza od liczby x
liczba o 2 większa od liczby 7	$7+2$	$x+2$	liczba o 2 większa od liczby x
liczba 2 razy mniejsza od liczby 7	$7:2$	$x:2$	liczba 2 razy mniejsza od liczby x
liczba 2 razy większa od liczby 7	$7\cdot 2$	$x\cdot 2$	liczba 2 razy większa od liczby x
liczba o 4 mniejsza od liczby 24	$24-4$	$x-4$	liczba o 4 mniejsza od liczby x
liczba o 4 większa od liczby 24	$24+4$	$x+4$	liczba o 4 większa od liczby x
liczba 4 razy mniejsza od liczby 24	$24:4$	$x:4$	liczba 4 razy mniejsza od liczby x
liczba 4 razy większa od liczby 24	$24\cdot 4$	$x\cdot 4$	liczba 4 razy większa od liczby x

liczba o 3 mniejsza od liczby 9	$9-3$	$x-3$	liczba o 3 mniejsza od liczby x
liczba o 3 większa od liczby 9	$9+3$	$x+3$	liczba o 3 większa od liczby x
liczba 3 razy mniejsza od liczby 9	$9:3$	$x:3$	liczba 3 razy mniejsza od liczby x
liczba 3 razy większa od liczby 9	$9\cdot 3$	$x\cdot 3$	liczba 3 razy większa od liczby x
liczba o 7 mniejsza od liczby 14	$14-7$	$x-7$	liczba o 7 mniejsza od liczby x
liczba o 7 większa od liczby 14	$14+7$	$x+7$	liczba o 7 większa od liczby x
liczba 7 razy mniejsza od liczby 14	$14:7$	$x:7$	liczba 7 razy mniejsza od liczby x
liczba 7 razy większa od liczby 14	$14\cdot 7$	$x\cdot 7$	liczba 7 razy większa od liczby x

iloraz liczb 7 i 4	$7 : 4$	$x : 4$	iloraz liczb x i 4
suma liczb 7 i 4	$7 + 4$	$x + 4$	suma liczb x i 4
różnica liczb 7 i 4	$7 - 4$	$x - 4$	różnica liczb x i 4
iloczyn liczb 7 i 4	$7 \cdot 4$	$x \cdot 4$	iloczyn liczb x i 4
iloczyn liczb 3 i 6	$3 \cdot 6$	$x \cdot 6$	iloczyn liczb x i 6
iloraz liczb 3 i 6	$3 : 6$	$x : 6$	iloraz liczb x i 6
różnica liczb 3 i 6	$3 - 6$	$x - 6$	różnica liczb x i 6
suma liczb 3 i 6	$3 + 6$	$x + 6$	suma liczb x i 6

iloczyn liczb 8 i 2	$8 \cdot 2$	$x \cdot 2$	iloczyn liczb x i 2
różnica liczb 8 i 2	$8 - 2$	$x - 2$	różnica liczb x i 2
iloraz liczb 8 i 2	$8 : 2$	$x : 2$	iloraz liczb x i 2
suma liczb 8 i 2	$8 + 2$	$x + 2$	suma liczb x i 2
iloczyn liczb 9 i 3	$9 \cdot 3$	$x \cdot 3$	iloczyn liczb x i 3
iloraz liczb 9 i 3	$9 : 3$	$x : 3$	iloraz liczb x i 3
różnica liczb 9 i 3	$9 - 3$	$x - 3$	różnica liczb x i 3
suma liczb 9 i 3	$9 + 3$	$x + 3$	suma liczb x i 3





CZĘŚĆ WIELKOŚCI. PROCENTY

- Część wielkości można opisać ułamkiem dziesiętnym, ułamkiem zwykłym lub procentem.

Np.
$$5\% = 0,05 = \frac{5}{100}$$
$$5,7\% = 0,057 = \frac{57}{1000}$$

- Aby obliczyć **procent danej liczby**, należy przedstawić procent w postaci ułamka zwykłego lub dziesiętnego i pomnożyć ten ułamek przez tę liczbę.

Np. 5% liczby 200 wynosi

$0,05 \cdot 200 = 10$ lub $\frac{5}{100} \cdot 200 = 10$

5,7% liczby 300 wynosi

$0,057 \cdot 300 = 17,1$ lub $\frac{57}{1000} \cdot 300 = 17\frac{1}{10}$

RÓWNANIA

Aby otrzymać równanie równoważne, możemy dowolną stronę równania przekształcić, stosując prawa działań, np.

$$2x + x - 2 = 4 + 2x + 1 - 3x$$
$$3x - 2 = -x + 5$$

Ponadto możemy:

dodać do obu stron równania tę samą liczbę lub to samo wyrażenie, np.

$$3x - 2 = 5 - x \quad \Big\downarrow +2 \quad 3x = 7 - x$$

$$3x - 2 = 5 - x \quad \Big\downarrow +x \quad 4x - 2 = 5$$

odjąć od obu stron równania tę samą liczbę lub to samo wyrażenie, np.

$$4y + 9 = 6y + 11 \quad \Big\downarrow -9 \quad 4y = 6y + 2$$

$$4y + 9 = 6y + 11 \quad \Big\downarrow -6y \quad -2y + 9 = 11$$

pomnożyć obie strony równania przez tę samą liczbę różną od zera, np.

$$\frac{1}{2}z - \frac{3}{4}z = \frac{1}{2}z + 1 \quad \Big\downarrow \cdot 4 \quad 2z - 3 = 2z + 4$$

podzielić obie strony równania przez tę samą liczbę różną od zera, np.

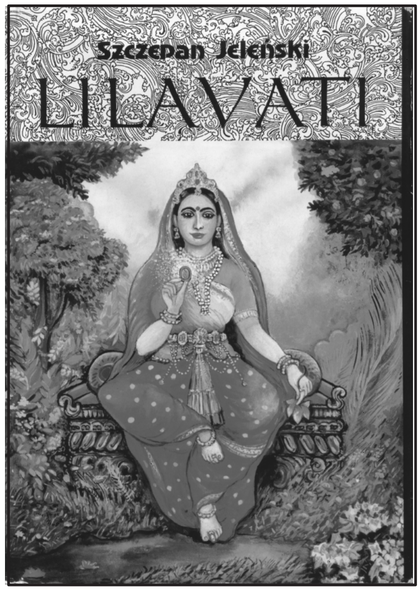
$$9w = 63 \quad \Big\downarrow :9 \quad w = 7$$

SPIS LEKTUR
MŁODEGO MATEMATYKA

Szczepan Jeleński ***Lilavati***

Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1992
Pierwszy tom ***Rozrywek matematycznych***.

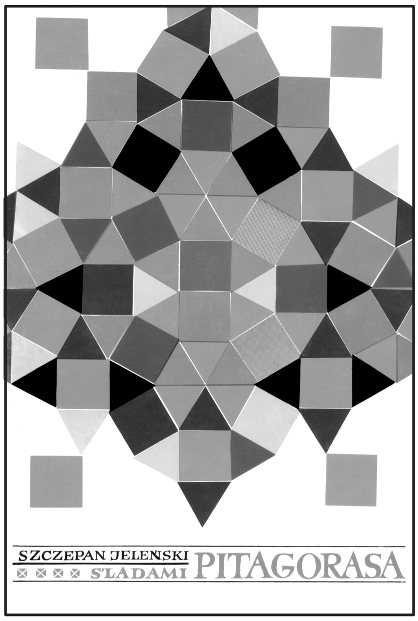
Zbiór anegdot, problemów, gier i zabaw matematycznych. Wszystko to zebrane w siedmiu rozdziałach: *Anegdoty i zadania anegdotyczne*; *Ciekawe własności liczb i działań matematycznych*; *Figury magiczne*; *Pseudaria*; *Odgadnieni*; *Z tajników szachownicy, kart i domina*; *Gry, zabawy, łamigłówki, sztuczki i figle matematyczne.* Zadania zamieszczone w książce mogą być wykorzystane do poszerzenia wiadomości zarówno z arytmetyki, algebry jak i geometrii. Są one na różnym poziomie trudności, a większość z nich jest dokładnie omówiona i rozwiązana.



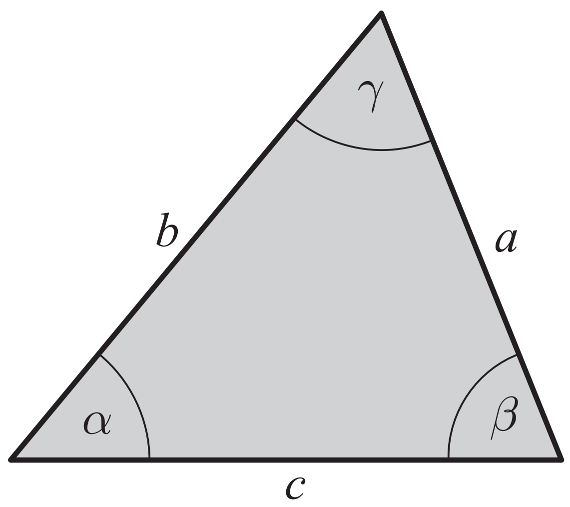
Szczepan Jeleński ***Śladami Pitagorasa***

WSiP, Warszawa, 1995 r.
Drugi tom ***Rozrywek matematycznych***.

Zbiór anegdot, problemów, gier i zabaw matematycznych. Wszystko to zebrane w jedenastu rozdziałach: *Pitagoriada*; *Calendaria*; *O układach numeracji odmiennych od dziesiątkowego*; *Liczby-olbrzymy i liczby-liliputy*; *Ciekawe własności liczb i działań matematycznych*; *Matematyka w przyrodzie żywej*; *Odgadnieni*; *Geometria giętej kartki, taśmy i rżniętej tafelki*; *Liczydła*; *Wielkie i małe problemy historyczne*; *Gry, zabawy, łamigłówki.* Zadania zamieszczone w książce mogą być wykorzystane do poszerzenia wiadomości zarówno z arytmetyki, algebry jak i geometrii. Są one na różnym poziomie trudności, a większość z nich jest dokładnie omówiona i rozwiązana.



WŁASNOŚCI TRÓJKĄTÓW



- Suma długości każdych dwóch boków trójkąta jest większa od długości trzeciego boku.

$\boxed{a+b>c}$ $\boxed{b+c>a}$ $\boxed{a+c>b}$

- Suma miar kątów wewnętrznych w trójkącie jest równa 180°.

$$\boxed{\alpha+\beta+\gamma=180^\circ}$$

NIEKTÓRE ZWIĄZKI WYSTĘPUJĄCE W ZADANIACH

kwota do zapłacenia = ilość towaru × cena
zarobek = czas × wynagrodzenie za jednostkę czasu
droga (w ruchu jednostajnym) = czas × prędkość
ciężar całkowity = objętość × ciężar właściwy
wielkość partii towaru = liczba opakowań × ilość towaru w opakowaniu
waga czystego kruszcu = waga stopu × próba stopu (promile)
ilość rozpuszczonej substancji = ilość roztworu × procent stężenia
zebrany plon = powierzchnia uprawy × wydajność (z jednostki powierzchni)

Część pewnej całości możemy opisać, używając:

- ułamka — np. $\frac{1}{5}$ powierzchni kwadratu
- liczby dziesiętnej — np. 0,2 powierzchni kwadratu
- procentów — np. 20% powierzchni kwadratu

Przy zamianie opisów części pewnej wielkości możemy posłużyć się schematem:

$$\begin{tikzcd} \text{część opisana ułamkiem} \arrow[rr, bend left, "\cdot\ 100\%"] & & \text{część opisana procentem} \arrow[ll, bend left, ":\ 100\%"] \end{tikzcd}$$

