Ogólne uwagi metodyczne do podręcznika *Z fizyką w przyszłość* *Część 1*

Rozdział 1. Opis ruchu postępowego

W podręczniku do kursu rozszerzonego realizujemy konsekwentnie wektorowy opis ruchu.

Najpierw definiujemy wszystkie wielkości wektorowe opisujące ruch – wektor położenia, prędkość średnią, prędkość chwilową, przyspieszenie średnie i przyspieszenie chwilowe; wyprowadzamy także wzór odpowiadający na pytanie, od czego zależy wartość przyspieszenia dośrodkowego w ruchu krzywoliniowym. Potem dopiero przypominamy podział ruchów na jednostajne, jednostajnie zmienne i niejednostajnie zmienne (podział ten znany jest z gimnazjum). Pokazujemy, że w ruchu prostoliniowym przyspieszonym wektory przyspieszenia i prędkości mają zwroty zgodne, a w ruchu opóźnionym – przeciwne. Pokazujemy także, że w ruchu krzywoliniowym wektory przyspieszenia i prędkości tworzą z sobą kąt ostry (gdy v rośnie), prosty (gdy v = const) i rozwarty (gdy v maleje).

Analizując ruchy krzywoliniowe na płaszczyźnie, rozkładamy je na dwa ruchy prostoliniowe, odbywające się wzdłuż prostych prostopadłych (osie x i y). Operujemy współrzędnymi wektorów położenia, prędkości i przyspieszenia (x, v_x, a_x oraz y, v_y, a_y).

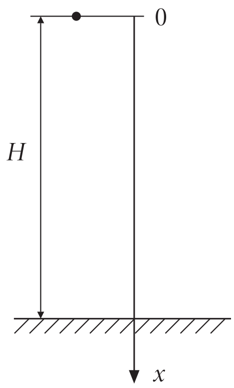
Konsekwentne odróżnianie wektora od jego wartości (długości), na które w podręczniku zwraca się szczególną uwagę, wymaga stosowania w każdym przypadku starannego zapisu symboli. I tak: w niektórych przypadkach, zapisując wartość wektora, zamiast $|\vec{F}|$ można pisać F, zamiast $|\vec{v}|$ (wartość prędkości chwilowej) można pisać v. Jednak w przypadku, gdy chodzi o wartość wektora $\Delta\vec{r}$ (zmiany położenia) należy stosować zapis $|\Delta\vec{r}|$, a nie Δr, bo wartości $|\Delta\vec{r}|$ i Δr nie muszą być jednakowe. Na przykład w ruchu po okręgu o środku w początku układu współrzędnych $\Delta r = 0$, a $|\Delta\vec{r}| \neq 0$. Podobnie nie powinno się wartości wektora prędkości średniej zapisywać: $v_{śr.}$, lecz $|\vec{v}_{śr.}|$, bowiem $v_{śr.}$ to szybkość średnia, która często nie jest równa $|\vec{v}_{śr.}|$.

W szczególności zależy nam, aby przekonać uczniów, że wartość każdego wektora może być tylko dodatnia lub równa zeru (tak, jak uczą się na lekcjach matematyki), np. $a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$, $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$. Ujemna może być jedynie współrzędna wektora, przy czym ujemna wartość współrzędnej przyspieszenia nie oznacza, że ruch jest opóźniony, a jej dodatnia wartość nie oznacza, że ruch jest przyspieszony. Wiadomo bowiem, że jeśli zwrot osi x (przyjętej do opisu ruchu, odbywającego się wzdłuż tej osi) zmienimy na przeciwny, to zmienią się znaki współrzędnych wszystkich wektorów, a ruch pozostaje taki sam. W podręczniku podano kilka przykładów, które powinny utwierdzić uczniów w tym przekonaniu. Poniżej podajemy jeszcze jeden.

Zajmijmy się opisem ruchu kulki, która spada swobodnie z wysokości H = 11,25 m i odbija się doskonale sprężyście od podłoża, wskutek czego po odbiciu wznosi się na taką samą wysokość.

Jeśli przyjmiemy g = 10 m/s², to czas spadania kulki wynosi $t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$, a szybkość końcowa $v = gt$ = 15 m/s.

1. Przyjmijmy, że oś x jest zwrócona w dół, zgodnie z prędkością spadającej kulki (rysunek). Zero osi x niech znajduje się na wysokości H nad podłożem.



a) **Spadanie**

Warunki początkowe są następujące: $x_0 = 0, v_{0x} = 0$.

Kinematyczne równania ruchu:

$$x=\frac{a_x t^2}{2} \qquad v_x = a_x t \qquad \text{więc} \qquad x=\frac{gt^2}{2} \qquad v_x = gt$$

Uwaga: W tych równaniach współrzędna a_x jest dodatnia i równa g (ruch jest przyspieszony); jest tak dlatego, że wektor $\vec{g}$ ma zwrot zgodny ze zwrotem osi x.

b) **Wznoszenie się**

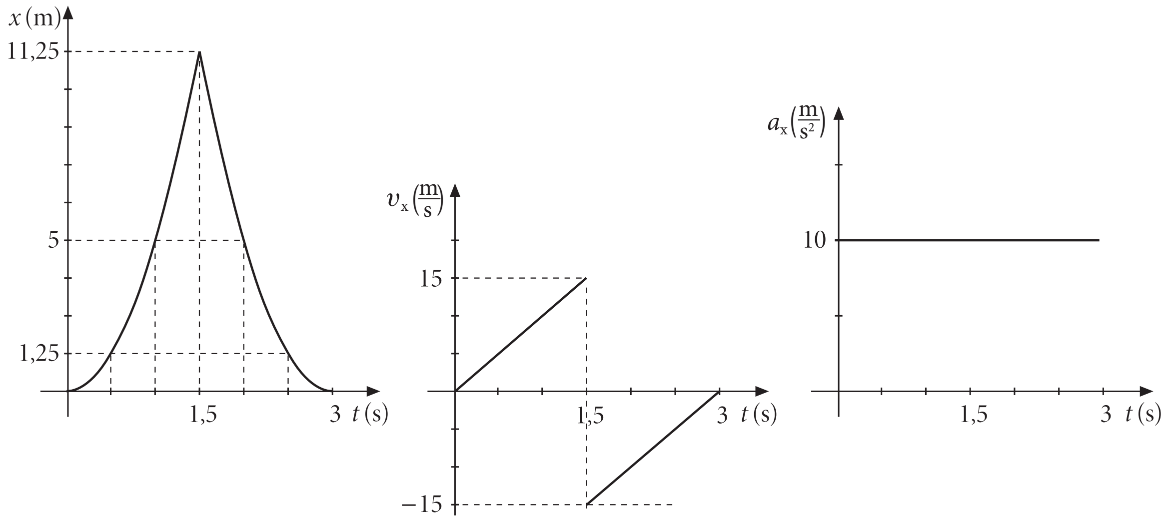
Warunki początkowe są następujące: $x_0 = H, v_{0x} = -v$.

Kinematyczne równania ruchu:

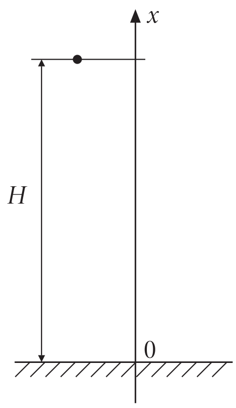
$$x=x_0+v_{0x}t+\frac{a_x t^2}{2} \qquad v_x = v_{0x}+a_x t \qquad \text{więc} \qquad x=H+vt+\frac{gt^2}{2} \qquad v_x = -v+gt$$

Uwaga: W tych równaniach współrzędna jest dodatnia, **mimo że ruch jest opóźniony**; jest tak dlatego, że wektor $\vec{g}$ jest zwrócony zgodnie z osią x.

Wykresy (nie uwzględniamy czasu zderzenia kulki z podłożem):



2. Przyjmijmy, że oś x jest zwrócona w górę. Niech zero osi x znajduje się w punkcie odbicia kulki od podłoża.



a) **Spadanie**
Warunki początkowe są następujące: $x_0 = H, v_{0x} = 0$.
Kinematyczne równania ruchu:

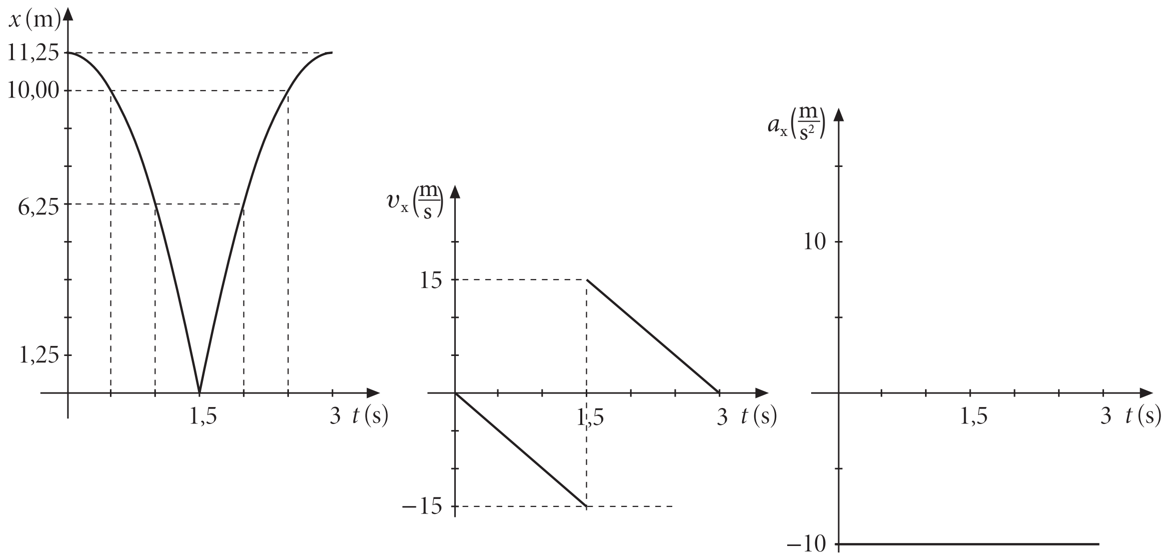
$$x = H - \frac{gt^2}{2} \qquad v_x = -gt$$

Uwaga: W tych równaniach współrzędna $a_x = -g$, a więc jest ujemna, mimo że ruch jest przyspieszony; jest tak dlatego, że wektor $\vec{g}$ ma teraz przeciwny zwrot do zwrotu osi x, przyjętej do opisu ruchu.

b) **Wznoszenie**
Warunki początkowe są następujące: $x_0 = 0, v_{0x} = v$.
Kinematyczne równania ruchu:

$$x = vt - \frac{gt^2}{2} \qquad v_x = v - gt$$

Wykresy (pomijamy czas zderzenia kulki z podłożem):



Należy zwrócić uwagę uczniom, że wykres zależności wielkości wektorowej, np. od czasu, to wykres zależności współrzędnej tego wektora od czasu.

Rozdział 2. Siła jako przyczyna zmian ruchu

1. Opis oddziaływań za pomocą wektorów siły

Pod ogólnym pojęciem **oddziaływania** należy rozumieć wszelkiego rodzaju „wpływanie" na wybrane ciało (poddane obserwacji) obecności innych ciał w jego otoczeniu lub kontaktującego się z tym ciałem „ośrodka materialnego". Obecność ta powinna wywoływać przy tym określone, obserwowalne oraz mierzalne skutki, np. w postaci ruchu tego ciała (ściślej – zmian w jego ruchu – patrz niżej), odkształcenia (deformacji) ciała, zmian w jego strukturze wewnętrznej, w tym także w jego stanie skupienia, strukturze chemicznej i w innych obserwowalnych cechach i własnościach.

Tak ogólnie pojęte oddziaływanie jest jednak trudne do jednolitego i precyzyjnego opisu; trudno byłoby także sformułować rządzące nim prawa. Dlatego w procesie analizowania i wyjaśniania zjawisk i własności, związanych z różnego rodzaju oddziaływaniami, tworzy się zwykle **uproszczone modele**, w których pomija się szereg drugoplanowych cech występujących oddziaływań, a wydobywa na pierwszy plan ich cechy dominujące. Cechy te w głównej mierze decydują o przebiegu zjawisk czy też o własnościach badanego ciała, względnie układu ciał lub fragmentu poddawanego badaniu świata materialnego.

W tak uproszczonych modelach, szczególnie dotyczących ciał i materii makroskopowej, podstawową rolę w opisie tych dominujących oddziaływań odgrywa pojęcie **siły – jako mierzalnej wielkości fizycznej, pozwalającej opisać ilościowo odpowiednie oddziaływania i ich skutki**. Jak Czytelnikowi zapewne wiadomo, prawie każde oddziaływanie otoczenia na wybrane (lub badane) ciało, w szczególności tak proste jak punkt materialny, posiada określony kierunek, jako kierunek odpowiedniej prostej w przestrzeni lub odcinka tej prostej oraz zwrot, odróżniający „początek" tego odcinka od jego „końca" (jeden z dwóch możliwych zwrotów na danej prostej). Posiada ono także w ustalonej chwili określoną wartość liczbową (wyrażoną w odpowiednich jednostkach), zaś w przypadku prostego modelu ciała punktowego – również określony punkt przyłożenia. Wielkości fizyczne, a również reprezentujące je w geometrii euklidesowej „obiekty geometryczne" posiadające wyżej wymienione cechy, nazywamy wektorami. Tak więc siły (również wiele innych wielkości fizycznych, posiadających te cechy, jak prędkość, przyspieszenie, pęd, natężenie pola elektrycznego itp.), mające za zadanie opisywać poszczególne oddziaływania, są wektorami – a dokładniej – wielkościami wektorowymi. Sposób opisywania oddziaływań za pomocą wektorów siły wprowadził do fizyki Isaac Newton. „Obrazem geometrycznym" wektora siły (i również innych wielkości wektorowych) jest odcinek skierowany (w postaci strzałki), którego długość wyrażona w umownych jednostkach przedstawia wartość liczbową odpowiedniego wektora fizycznego, a kierunek i zwrot – kierunek i zwrot wektorowej wielkości fizycznej.

Na wektorach (obiektach geometrycznych) określone są „operacje", czyli działania, takie jak: równoległe przesunięcie, dodawanie, mnożenie przez skalar, tzn. wielkość liczbową, mnożenie skalarne oraz (w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej) mnożenie wektorowe. Te działania można wykonywać przy zachowaniu pewnych umownych skal na wektorowych wielkościach fizycznych.

Uwaga: W przypadku dodawania wektorów zaczepionych w różnych punktach zwykle korzystamy z możliwości równoległego przenoszenia wektorów (albo do jednego „wspólnego" punktu w przypadku stosowania reguły równoległoboku, albo „przystawiania" początku następnego wektora do końca poprzedniego w przypadku stosowania reguły wieloboku.

Gdy w tym opracowaniu użyjemy nazwy wielkości wektorowej (np. przyspieszenie), będzie to zawsze oznaczało, że chodzi o wektor (w tym przypadku o wektor przyspieszenia). Gdy będziemy mieli na myśli jedynie wartość tego wektora, zostanie to wyraźnie zaznaczone.

2. Ruchy jako skutki działania sił. Druga zasada dynamiki Newtona

Podstawowym skutkiem działania siły na ciało fizyczne, w szczególności na punkt materialny jako jego najprostszy model, jest zmiana prędkości tego ciała (dokładniej: zmiana wektora tej prędkości) podczas ruchu. Może to oznaczać zarówno zmianę szybkości ruchu jako liczbowej wartości tego wektora, jak i zmianę kierunku ruchu, tzn. zmianę kierunku prędkości. Prędkość zmiany wektora prędkości jest również wielkością wektorową; nazywamy ją przyspieszeniem.

Druga zasada dynamiki nadała prostą postać związkowi przyczynowo-skutkowemu między siłą działającą na ciało (w szczególności punktowe) a przyspieszeniem w jego ruchu:

a) przyspieszenie jest wprost proporcjonalne do siły;
b) wartość tego przyspieszenia przy ustalonej wartości siły jest odwrotnie proporcjonalna do charakteryzującej dane ciało skalarnej wielkości (zawsze dodatniej), którą nazywamy jego masą (dokładniej: masą bezwładną).

Tak sformułowana druga zasada dynamiki oznacza zatem, że:

- kierunki i zwroty wektorów siły (wypadkowej) i przyspieszenia są zgodne,
- dwukrotny (na przykład) wzrost wartości siły działającej na określone ciało (punkt materialny) powoduje dwukrotny wzrost wartości jego przyspieszenia,
- dwukrotny wzrost masy ciała (np. gdy połączymy sztywno ciała o jednakowej masie w jedno ciało) przy ustalonej sile powoduje dwukrotne zmniejszenie wartości przyspieszenia w ruchu tego (połączonego) ciała.

Powyższe związki zwykle zapisuje się w postaci równości:

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F} \qquad \text{lub} \qquad \vec{F} = m\vec{a} \tag{1}$$

(m – masa ciała, $\vec{a}$ – jego przyspieszenie, $\vec{F}$ – siła działająca na ciało).

Uwaga: $\vec{a}$ oznacza przyspieszenie nadawane ciału o masie m przez działającą na to ciało siłę $\vec{F}$. Często jednak na ciało działa kilka sił i wówczas obserwowane przyspieszenie jest „globalnym” skutkiem działania ich wszystkich. Wtedy przez $\vec{F}$ we wzorze (1) należy rozumieć siłę wypadkową wszystkich działających sił, będącą ich sumą geometryczną.

Warto tu jednak zaznaczyć, że związek między siłami oddziaływania i ich skutkami nie zawsze realizuje się w tak prosty sposób. Powyższe sformułowanie drugiej zasady dynamiki odnosi się do skrajnie uproszczonego modelu punktu materialnego. W odniesieniu do ciał makroskopowych oznacza on ciało stałe, którego rozmiary i kształty pomijamy, zastępując je punktem geometrycznym; uwzględniamy jednak jego masę bezwładną. Jeśli jednak w przypadku „rozciągłego” ciała, w postaci tzw. bryły sztywnej, uwzględnimy jego rozmiary i kształty, to skutkiem działania siły lub kilku sił zaczepionych w różnych jego punktach (np. tzw. pary sił) będzie również ruch obrotowy ciała (np. ruch kierownicy samochodu obracanej za pomocą pary rąk). Zasada dynamiki odniesiona do ruchów obrotowych przyjmie nieco odmienną postać.

Inny przykład stanowią siły działające na „odkształcalne” ciało (np. na sprężynę lub elastyczną gąbkę), w wyniku których może zachodzić odkształcenie, czyli zmiana kształtu ciała, a nie przyspieszenie jego ruchu.

3. Siły i ruchy w układach inercjalnych

Inny krąg zagadnień związanych z siłami i powodowanymi przez nie zmianami w ruchach ciał (lub innymi skutkami) wiąże się z zależnością opisu sił i ruchów (a więc i przebiegu zjawisk) od układu odniesienia, tzn. od obserwatora opisującego (badającego) ruchy lub inne procesy. W szczególności opis ten zależy od wybranego przez obserwatora układu współrzędnych w przestrzeni, jak również (ewentualnie) wyregulowanego zegara do opisu upływu czasu.

W związku z powyższym podstawową oraz wyróżnioną rolę odgrywają układy inercjalne – jako te układy odniesienia (i odpowiadający im obserwatorzy, nazywani czasem „galileuszowskimi”), do których stosuje się tzw. zasada bezwładności, nazywana też pierwszą zasadą dynamiki. Została ona sformułowana jeszcze przez Galileusza i brzmi następująco:

> *Ciało wolne od działania sił* (*tzw. „swobodne”*) *lub poddane siłom równoważącym się* (*których suma jest równa wektorowi zerowemu*) *w dowolnym układzie inercjalnym spoczywa lub porusza się względem tego układu ruchem jednostajnym prostoliniowym* (*tzn. ruchem o niezmiennej w czasie prędkości*).

Fizyczny sens tej zasady można zatem ująć w takich oto punktach:

- Każde ciało fizyczne przejawia własność „bezwładności” w tym sensie, że każda zmiana jego ruchu (tzn. zmiana prędkości) wymaga zadziałania na nie niezrównoważonej siły. Ilościową miarą bezwładności jest masa (bezwładna), której związek z przyspieszeniem uzyskanym pod wpływem określonej, niezrównoważonej siły podaje omówiona poprzednio druga zasada dynamiki (patrz wzór (1)).
- Brak przyspieszenia w ruchu ciała „swobodnego” lub poddanego równoważącym się siłom obserwator stwierdza jedynie, gdy jego układem odniesienia jest układ inercjalny i na odwrót – co może służyć za definicję układu inercjalnego.
- Stałe prędkości ruchów określonego ciała swobodnego, stwierdzane w różnych układach inercjalnych przez związanych z tymi układami obserwatorów, są na ogół różne, co oznacza, że układy te mogą się względem siebie również poruszać jedynie ruchem jednostajnym prostoliniowym, przy czym spełnione jest znane prawo składania prędkości:

$$\vec{v}_{s} = \vec{v}_{s'} + \vec{v}_{w} \tag{2}$$

gdzie $\vec{v}_s$, $\vec{v}_{s'}$ oznaczają odpowiednio prędkości ciała (punktu materialnego) w układach S i S', zaś $\vec{v}_w$ oznacza prędkość względną układu S' względem układu S.

Na zakończenie rozważań nad zasadą bezwładności i układami inercjalnymi warto zauważyć, że druga zasada dynamiki w postaci wektorowej równości (1) przyjmuje tę samą postać w dowolnym układzie inercjalnym, ponieważ występujące w niej wielkości nie zmieniają się przy przejściu od jednego układu inercjalnego do innego (są niezmiennikami tzw. przekształceń Galileusza, wiążących wielkości fizyczne odniesione do dwóch układów inercjalnych, poruszających się względem siebie w wyżej wymieniony sposób)[1].

W podręcznikach zwykle opisuje się przykład ciała spadającego swobodnie w wagonie (układ S'), poruszającym się względem nieruchomego podłoża (układ S) ruchem jednostajnym (z prędkością $\vec{v}_w = \overrightarrow{\text{const}}$). Ciało spada z przyspieszeniem ziemskim $\vec{g}$.

Obserwator stojący obok torów, a więc znajdujący się w innym układzie inercjalnym (S), obserwuje spadanie tego ciała po paraboli (rzut poziomy z prędkością początkową $\vec{v}_w$). Przyspieszenie w ruchu ciała po paraboli również wynosi $\vec{g}$; siła w obu układach inercjalnych jest to ta sama siła ciężkości $m\vec{g}$.

4. Siły i ruchy w układach nieinercjalnych

Stosując drugą zasadę dynamiki do opisu ruchu ciał w układach inercjalnych, znajdowaliśmy wypadkową „zadanych" sił, określonych przez odpowiednie prawa oddziaływania. Siły te nazywamy siłami prawdziwymi (rzeczywistymi).

Nasuwa się pytanie: Jak powinna być sformułowana druga zasada dynamiki w sytuacjach, gdy opisu ruchu ciała (poddanego tym samym oddziaływaniom – te same siły prawdziwe) dokonują obserwatorzy w układach nieinercjalnych?

Przykładem takiego obserwatora może być np. obserwator w przyspieszającym lub hamującym pojeździe, człowiek na karuzeli, ale również każdy obserwator na Ziemi, bowiem żaden układ odniesienia, związany nieruchomo z Ziemią, nie stanowi układu inercjalnego ze względu na ruch zmienny Ziemi wokół Słońca, a przede wszystkim ze względu na jej ruch obrotowy (dobowy) wokół własnej osi.

Na początek rozważmy następujący, prosty przykład. Obserwujemy małą kulkę umieszczoną na stoliku wagonu kolejowego w poruszającym się pociągu. Zauważamy, że dopóki pociąg porusza się po poziomym, prostoliniowym torze ze stałą szybkością, kulka spoczywa na stoliku, ponieważ jej ciężar jest zrównoważony przez reakcję sprężystą podłoża (stolika). Jednak gdy pociąg zwalnia lub przyspiesza, względnie „skręca", kulka względem stolika zaczyna się poruszać ruchem zmiennym i zwykle z niego spada. Oznacza to, że na kulkę, oprócz w dalszym ciągu równoważących się sił prawdziwych (ciężaru i reakcji podłoża), w sytuacji gdy układ związany z pociągiem przestaje być inercjalny, zaczyna działać pewna dodatkowa siła. Siła ta, którą nazywamy siłą bezwładności, nie jest jednak prawdziwą siłą, wynikającą z realnych, fizycznych oddziaływań na kulkę, ponieważ

- siła ta znika, gdy pociąg znów zaczyna się poruszać ruchem jednostajnym prostoliniowym, a więc „wynika" ona wyłącznie z nieinercjalnego charakteru układu odniesienia i zależy od cech, charakteryzujących ten ruch;
- obserwator w układzie inercjalnym, obserwując ruch kulki, zauważyłby (w przypadku gdy pominiemy tarcie i opór powietrza), że kulka porusza się ciągle tak, jak przed zmianą ruchu pociągu, wykazuje więc swoją bezwładność, zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki, odniesioną do układu inercjalnego.

Przeprowadzając dokładną analizę matematyczną (którą tu pominiemy), można pokazać, że uogólniona na układy nieinercjalne druga zasada dynamiki Newtona może zostać zapisana w omówionej już postaci (1) pod warunkiem, że do sił prawdziwych dodamy wszystkie siły bezwładności, charakterystyczne dla określonego, nieinercjalnego układu odniesienia. Wówczas drugą zasadę dynamiki zapiszemy w postaci:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{pr.}} + \vec{F}_{\text{b}} \tag{3}$$

gdzie przez $\vec{a}$ należy teraz rozumieć względne przyspieszenie ciała, obserwowane (mierzone) w układzie nieinercjalnym, zaś przez $\vec{F}_{\text{pr.}}$ i $\vec{F}_{\text{b}}$ – sumę sił prawdziwych i sumę sił bezwładności.

Podamy teraz (informacyjnie, bez szczegółowych dowodów) najbardziej charakterystyczne „postaci" sił bezwładności:

a) Tak zwane **siły d'Alemberta**, określone wzorem: $\vec{F}_{\text{b}} = -m\vec{a}_{\text{u}}$, gdzie $\vec{a}_{\text{u}}$ jest przyspieszeniem niejednostajnego oraz **postępowego** ruchu nieinercjalnego układu odniesienia (względem dowolnego układu inercjalnego).

[1] Stwierdzenie to nie jest jednak ogólnie słuszne; w szczególności siły zależne od prędkości nie są niezmiennicze względem tych przekształceń.

b) **Siła odśrodkowa**, której wartość jest wyrażona wzorem $F_{\text{odśr.}} = \dfrac{mv^2}{r}$; siła ta występuje w układzie związanym z ciałem punktowym, poruszającym się z prędkością o stałej wartości po okręgu o promieniu r. Kierunek i zwrot siły odśrodkowej są zgodne z kierunkiem i zwrotem wektora położenia $\vec{r}$ ciała ($r = |\vec{r}|$). Siłę tę można również zinterpretować jako siłę d'Alemberta, jeśli przez $\vec{a}_u$ będziemy rozumieć przyspieszenie dośrodkowe ruchu postępowego układu, którego początek porusza się (wraz z ciałem) po okręgu (patrz uwaga na końcu tego paragrafu). Jednak siłę odśrodkową bezwładności można również powiązać z **obracającym się** układem odniesienia wokół stałej osi obrotu z prędkością kątową $\vec{\omega}$ [2]. W tym przypadku wzór, pozwalający obliczyć tę siłę, przybiera postać:

$$\vec{F}_{\text{odśr.}} = m\omega^2\vec{r} \qquad (F_{\text{odśr.}} = m\omega^2 r) \tag{4}$$

We wzorze (4) $\vec{r}$ oznacza wektor leżący w (stałej) płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu układu i zwrócony od tej osi do dowolnego punktu materialnego, spoczywającego w tym obracającym się układzie odniesienia. Oczywiście wówczas każdy taki punkt porusza się (względem układu inercjalnego) ze stałą szybkością $v = \omega r$ po okręgu o promieniu $r = |\vec{r}|$; okręgi te leżą w płaszczyznach prostopadłych do osi obrotu.

Oba omówione tu sposoby pozwalają obliczyć tę samą siłę odśrodkową bezwładności.

c) **Siła Coriolisa**, występująca, gdy (jak w poprzednim punkcie) układ odniesienia obraca się wokół stałej osi z prędkością kątową $\vec{\omega}$ i ciało (punkt materialny) porusza się względem tego obracającego się układu odniesienia z prędkością względną $\vec{v}_w$. Jeśli ten „ruch względny" odbywa się w płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu, to wartość siły Coriolisa określona jest prostym wzorem:

$$F_c = 2mv_w\omega \tag{5}$$

Jednak siły Coriolisa wyrażamy też wzorem:

$$\vec{F}_c = 2m\vec{v}_w \times \vec{\omega} \tag{5'}$$

z którego można odczytać również kierunek i zwrot tej siły bezwładności, zgodnie z regułą określającą iloczyn wektorowy.
Czytelnik sam sprawdzi na podstawie wzoru (5'), że siła Coriolisa, działająca na płynącą wodę w rzekach skierowanych południkowo, sprawia, że
- na półkuli północnej woda podmywa prawe brzegi tych rzek,
- na półkuli południowej woda podmywa lewe ich brzegi.

Uwaga: Z każdym ciałem, poruszającym się ruchem zmiennym, np. z punktem materialnym, można związać jego „układ spoczynkowy", tzn. taki układ odniesienia, w którym to ciało spoczywa. Układ ten jest więc układem nieinercjalnym, w którym pierwsza zasada dynamiki przyjmuje postać:

$$\vec{F} + (-m\vec{a}_u) = \vec{0}$$

oznaczającą, że w tym układzie siły prawdziwe i siła d'Alemberta równoważą się.

5. Trzecia zasada dynamiki (zasada „akcji i reakcji")

Na zakończenie omawiania zasad dynamiki Newtona przypomnimy Czytelnikowi trzecią zasadę dynamiki, nazywaną często „zasadą akcji i reakcji".

Warto na początku zauważyć, że odnosi się ona do dwóch różnych jej fizycznych realizacji, tzn. do dwóch „rodzajów" fizycznych oddziaływań w świecie makroskopowym. W pierwszym z nich mamy do czynienia z siłami „działającymi na odległość" (w pewnym przybliżeniu), realizującymi wzajemne oddziaływanie w układzie wielu ciał, np. w układzie ciało – Ziemia, Ziemia – Słońce, Słońce – Ziemia – Księżyc lub nawet ogólniej – w całym układzie planetarnym itp. W większości tych układów siły wzajemnego oddziaływania występują parami, np. siła $\vec{F}_{AB}$, działająca na ciało o numerze B, a pochodząca od ciała o numerze A, oraz przeciwna do niej siła $\vec{F}_{BA}$, działająca na ciało A i pochodząca od ciała B (tak jest dla każdej pary (A,B) ciał układu). Którą z tych sił uważamy za „akcję", a którą za „reakcję", jest w tym przypadku sprawą czysto umowną.

[2] Za kierunek wektora $\vec{\omega}$ przyjmujemy kierunek osi obrotu układu, zaś jego zwrot jest związany ze zwrotem obrotu układu regułą śruby prawoskrętnej.

Trzecia zasada dynamiki głosi, że:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \qquad (6)$$

co oznacza, że siły te mają takie same wartości i kierunki (zwykle kierunek linii łączącej położenia ciał A i B – w przypadku ciał punktowych), natomiast mają przeciwne zwroty. Należy jednak pamiętać, że siły te działają na **różne ciała**, nie mogą się więc równoważyć; każda z nich zmienia ruch tego ciała, na które działa.

Warto przypomnieć **prawo zachowania pędu**, będące konsekwencją trzeciej zasady dynamiki. Brzmi ono:

> *W układzie, w którym występują jedynie siły wzajemnego oddziaływania, suma wektorów pędów wszystkich ciał układu jest stała* (*w czasie*).

Oznacza to, że mimo iż wektory pędów poszczególnych ciał układu mogą się zmieniać w czasie (pod wpływem oddziaływań z pozostałymi ciałami układu), to ich suma geometryczna (wektorowa) pozostaje stale taka sama, czyli jest stałym, **zachowanym** wektorem całkowitego (sumarycznego) pędu układu. Można to zapisać w postaci równości:

$$\sum_{A=1}^{N} \vec{p}_A = \vec{p}_u = \overrightarrow{const} \qquad \text{gdzie} \qquad \vec{p}_A = m_A \vec{v}_A \qquad (7)$$

Inna fizyczna realizacja „zasady akcji i reakcji" wiąże się z tzw. siłami kontaktowymi. Realizują się one:

a) w czasie zderzeń zarówno ciał makroskopowych o skończonych rozmiarach (np. kul bilardowych), jak i obiektów mikroskopowych, jak np. cząsteczki gazów, elektrony, a nawet jądra atomowe i cząstki „elementarne", choć w tych przypadkach ich zderzeniami rządzą prawa kwantowe;
b) jako makroskopowe siły reakcji więzów, zwykle o pochodzeniu sprężystym. Prostymi przykładami takich sił są siły reakcji podłoża, np. dla ciała spoczywającego na sztywnym (ewentualnie sprężystym) podłożu poziomym lub na podłożu nachylonym (równia pochyła). Może to być także ciało wiszące na lince lub sprężynie. Wówczas „siłą akcji" jest siła nacisku na podłoże lub siła rozciągająca linę lub sprężynę (oczywiście przyczyną wystąpienia tych sił jest siła ciężkości ciała); „siłą reakcji" jest siła sprężysta podłoża, względnie linki (sprężyny).

Rozdział 3. Praca, moc, energia mechaniczna

Na wstępie wypada zaznaczyć, że struktury programów, realizowanych w szkołach, są różne, my omówimy koncepcję realizowaną w podręcznikach wydawnictwa ZamKor. Niektóre elementy wiedzy są w szkole uświadamiane i utrwalane stopniowo (ich utrwalanie to cały proces, który niekiedy trwa tygodniami). Przedstawione opracowanie zawiera raczej wiedzę końcową, którą uczeń powinien nabyć w liceum, jeśli kurs fizyki został zrealizowany na dobrym poziomie, np. w profilach matematyczno-fizycznym, matematyczno-informatycznym oraz biologiczno-chemicznym, i stanowi właściwą podstawę do podjęcia studiów. Poniższy tekst zawiera uwagi i komentarze metodyczne dla nauczyciela, często uzasadniające wybór proponowanej koncepcji.

W tej koncepcji najpierw wprowadza się pojęcie pracy, a potem pojęcie energii mechanicznej, kolejność jest więc raczej tradycyjna.

Pracę stałej siły określamy jako iloczyn skalarny tej siły i przemieszczenia, które jej działaniu towarzyszy, lub jako iloczyn wartości siły, wartości przemieszczenia i cosinusa kąta zawartego między tymi wektorami:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \qquad \text{lub} \qquad W = |\vec{F}||\Delta\vec{r}|\cos\sphericalangle(\vec{F}, \Delta\vec{r}) \tag{1}$$

Aby przeciwdziałać powstawaniu nieporozumień, dobrze jest od razu poinformować uczniów, że:

1. Tak sformułowana definicja pracy stosuje się tylko w specjalnych warunkach: siła, której pracę obliczamy, jest stała (o czym wspomniano już poprzednio), a ciało przesuwa się po linii prostej (wówczas $|\Delta\vec{r}| = \Delta s$).
2. Siła, której pracę obliczamy, **może**, ale **nie musi** stanowić przyczyny przemieszczenia, występującego we wzorze definicyjnym. Uwaga ta jest dość istotna, bowiem uczeń z gimnazjum może wynieść przyzwyczajenie przyczynowo-skutkowego wiązania $\vec{F}$ i $\Delta\vec{r}$ – pchanie skrzyni, ciągnięcie sanek itp. Kontynuowanie tego przyzwyczajenia utrudniłoby rozumienie np. pracy ujemnej.
3. Podczas przesuwania się ciała mogą na nie działać różne siły; można wówczas obliczać pracę dowolnej z tych sił według potrzeby.
4. Stosujemy dwojaki sposób wyrażania się (oba są równie poprawne): „praca wykonana przez daną siłę" lub „praca wykonana przez ciało, od którego ta siła pochodzi". Niekiedy dodajemy „praca wykonana nad ciałem" – chodzi wówczas oczywiście o to ciało, które uległo przesunięciu. Naszym zdaniem należy unikać sformułowań typu „praca **przeciwko** sile grawitacji" lub też „ciało wykonało pracę **przeciwko** sile tarcia"; sformułowania takie wprowadzają niepotrzebne zamieszanie i powodują, że definicja pracy przestaje być klarowna.

Wprowadzenie pojęcia energii jest ważnym krokiem w nauczaniu mechaniki.

Praktyka wskazuje, że **energia kinetyczna** (samo pojęcie i rozważania z nią związane) na ogół nie stwarza uczniom trudności. Zmianę energii kinetycznej ciała określamy jako pracę wykonaną nad ciałem przez siłę wypadkową.

$$\Delta E_{\mathrm{k}} \overset{df}{=} W_{\text{siły wypadkowej}} \tag{2}$$

W istocie sprawa nie jest skomplikowana. Mamy tutaj do czynienia z **jednym** ciałem w polu sił zewnętrznych (dla jednego ciała każda siła jest zewnętrzna). Nie są potrzebne żadne założenia co do rodzaju tych sił (czy pól). W szkole z konieczności rozważamy przypadek, gdy siła wypadkowa jest stała, bo umiemy obliczać pracę tylko takiej siły.

$$\Delta E_{\mathrm{k}} = \vec{F}_{\text{wyp.}} \cdot \Delta\vec{r} = F_{\text{wyp.}} \Delta s \cos 0^\circ$$

Po podstawieniu:

$$F_{\text{wyp.}} = m\frac{v - v_0}{t} \qquad\qquad \Delta s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

i wykonaniu obliczeń otrzymujemy wynik:

$$\Delta E_{\mathrm{k}} = E_{\mathrm{k}} - E_{\mathrm{k0}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \tag{3}$$

(Końcowy wynik jest taki sam w przypadku, gdy siła wypadkowa ulega zmianie – patrz podręczniki akademickie).

Energia kinetyczna ciała, które w danym układzie odniesienia posiada szybkość v, wynosi w tym układzie $\frac{mv^2}{2}$. Energia kinetyczna kilku ciał jest sumą (arytmetyczną) energii kinetycznych wszystkich tych ciał.

Energia kinetyczna to nie jedyny rodzaj energii mechanicznej. Chcąc rozszerzyć pojęcie energii, musimy uświadomić uczniom, że w dalszym ciągu będziemy się zajmować układami ciał (najczęściej dwóch) oddziałujących wzajemnie siłami, co do których wprowadzimy pewne założenia. Przede wszystkim założymy, że siły te **jawnie nie zależą od czasu**. Na przykład siły grawitacji i sprężystości spełniają to założenie. Gdy ciało spada na Ziemię, to jego odległość od środka Ziemi zmienia się – zmienia się więc z czasem i siła grawitacji poprzez zmianę r. Nie jest to jednak jawna zależność od czasu. Założymy dalej, że siły, które działają pomiędzy ciałami układu, **zależą od położenia tych ciał** (ich wzajemnej odległości), **a nie zależą od ich prędkości**.

Uczniowie dość wcześnie poznają dwie takie siły – siłę grawitacji i siłę sprężystości, nieco później również siłę oddziaływania elektrostatycznego. Warto w tym miejscu przypomnieć, że uczniom znana jest dobrze siła zależna od prędkości – jest to siła tarcia lub ogólnie oporu. W przypadku gdy mówimy o zależności siły od prędkości, niekoniecznie musimy mieć na myśli zależność **wartości siły** od wartości **prędkości ciała**. Siła i prędkość są wektorami! Mówiąc, że siła tarcia (oporu) zależy od prędkości, mamy na myśli przede wszystkim fakt, że zwrot tej siły zależy od zwrotu prędkości ciała – zwroty tych dwóch wektorów są zawsze przeciwne. Stąd praca po konturze zamkniętym, wykonana przez takie siły, nie jest równa zeru. Odwrotnie ma się sprawa w przypadku sił zależnych jedynie od położenia – siły te nie zmieniają zwrotu wraz ze zwrotem prędkości ciała, zatem praca po konturze zamkniętym w przypadku takich sił jest równa zeru, siły te są siłami zachowawczymi.

Wróćmy do układu (dwóch) ciał oddziałujących wzajemnie; zwykle mamy na myśli oddziaływanie grawitacyjne. Uczniowie już w gimnazjum poznali pojęcie stanu mechanicznego układu. Wiadomo, że stan mechaniczny układu ciał jest określony jednoznacznie przez podanie położeń tych ciał i ich prędkości (pędów) w wybranym układzie współrzędnych. Zmiana prędkości chociaż jednego z ciał układu lub jego położenia jest jednoznaczna ze zmianą stanu układu. Stan układu może się zmieniać z rozmaitych przyczyn (warto przedyskutować z uczniami różne znane im przypadki).

Aby nie było nieporozumień, warto zrobić tutaj pewną dygresję. Ponieważ mowa o prędkości ciał, musimy obrać inercjalny układ odniesienia, w którym stan układu będzie opisywany. Jeśli masy ciał są z sobą porównywalne, w żadnym razie nie może to być układ odniesienia związany z jednym z nich, bowiem na skutek sił wzajemnego oddziaływania każde z ciał posiada niepomijalne przyspieszenie, a więc układ z nim związany jest nieinercjalny. Jeśli jednak mamy na myśli np. Ziemię i dowolne ciało o masie $m \ll M$ (M – masa Ziemi), to układ związany z Ziemią można uznać za inercjalny z dobrym przybliżeniem.

Pojęcie **energii potencjalnej** jest jednym z najtrudniejszych pojęć fizycznych. Dlatego tak wielkie znaczenie ma właściwe przeprowadzenie wszystkich czynności dydaktycznych, które podejmuje się w celu kształtowania tego pojęcia.

W szkolnym kursie fizyki uczniowie poznają kolejno energię potencjalną grawitacyjną (w przypadku gdy siłę ciężkości można uznać za stałą, a więc w niezbyt dużych odległościach od Ziemi w porównaniu z jej promieniem, czyli w jednorodnym polu grawitacyjnym), energię potencjalną w polu grawitacyjnym centralnym, energię potencjalną sprężystości (wydłużenie sprężyste), energię potencjalną elektrostatyczną. W fizyce cząsteczkowej wzmiankujemy o energii potencjalnej w polu sił międzycząsteczkowych jako o składniku energii wewnętrznej ciała. Gdy znane jest pojęcie pola sił, zamiast mówić o energii układu, np. dwóch ciał wzajemnie oddziałujących[3], mówimy o energii ciała w polu drugiego ciała.

Im wcześniej uczniowie uświadomią sobie fakt, że w każdym przypadku zmianę energii potencjalnej układu ciał określamy w taki sam sposób, tym lepiej.

Zmiana energii potencjalnej z definicji jest równa pracy wykonanej przy zmianie położenia ciał układu przez siłę wewnętrzną (ich wzajemnego oddziaływania), wziętej ze znakiem minus:

$$\Delta E_{\mathrm{p}} = -W_{\text{siły wewnętrznej}} \tag{4}$$

(dla każdego rodzaju oddziaływania – zależnego od położenia i niezależnego od czasu).

Powyższe określenie tylko wówczas jest jednoznaczne, gdy praca siły wewnętrznej (siły pola) przy zmianie położenia nie zależy od kształtu i długości toru, po którym przesuwa się ciało, tylko od jego położenia początkowego i końcowego. Dlatego o energii potencjalnej możemy mówić wyłącznie w przypadku siły zachowawczej (zachowawczego pola sił).

Zbyt wczesne wprowadzenie ogólnej definicji zmiany energii potencjalnej może się uczniom wydać dziwaczne (znak „–”), dlatego lepiej jest podać to ogólne określenie dopiero wówczas, gdy uczniowie znają już przynajmniej energię potencjalną w polu grawitacyjnym jednorodnym (wprowadzoną tak, jak w gimnazjum).

[3] W szkole rozpatrujemy prawie wyłącznie takie układy.

W niektórych podręcznikach określa się zmianę energii potencjalnej jako pracę siły zewnętrznej, równoważącej w każdym punkcie siłę wzajemnego oddziaływania. Jest to oczywiście określenie równoważne poprzedniemu, może ono jednak stać się źródłem istotnego nieporozumienia: u uczniów może powstać **fałszywe** przekonanie, że gdy nie działa siła zewnętrzna (równoważąca siłę wzajemnego oddziaływania), to oczywiście praca tej siły jest równa zeru, więc energia potencjalna układu nie zmienia się. Proponowana tutaj definicja nie niesie tego niebezpieczeństwa, bowiem w układzie ciał siła wewnętrzna nie może być stale równa zeru, jest więc oczywiste, że podczas zmiany położenia zachodzącej z dowolnego powodu energia potencjalna układu zmienia się (jeśli tylko siła wewnętrzna nie jest prostopadła do przemieszczenia).

Z omawianego tutaj określenia ΔE_p wynika pożyteczna wiadomość: gdy w układzie ciał działają siły wewnętrzne przyciągające, to energia potencjalna układu podczas wzajemnego oddalania się ciał rośnie, a gdy odpychające – maleje.

Na podstawie określenia ΔE_p wyprowadzamy wzory na energię potencjalną w dowolnym polu sił zachowawczych (układ dwóch ciał).

1. Pole grawitacyjne jednorodne:

$$\Delta E_p = mgh \qquad h \ll R_Z$$

a gdy wprowadzimy umowę, że energia potencjalna na (dowolnie wybranym) poziomie „zerowym" jest równa zeru, to na wysokości h nad nim:

$$E_p = mgh$$

2. W centralnym polu grawitacyjnym[4]:

$$\Delta E_{p\,A\to B} = GMm\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

a gdy wprowadzimy umowę, że energia potencjalna jest równa zeru, gdy ciała są od siebie nieskończenie daleko, to:

$$E_p(r) = -\frac{GMm}{r}$$

3. W centralnym polu elektrostatycznym podobnie:

$$\Delta E_{p\,A\to B} = -kQq\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

i przy takiej umowie, jak poprzednio:

$$E_p(r) = \frac{kQq}{r} \qquad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}$$

Uwaga: W tych wzorach Q i q oznaczają ładunki wraz z ich znakami.

4. W polu sił sprężystych (wydłużenie sprężyste):

$$\Delta E_{p\,A\to B} = \frac{kx_B^2}{2} - \frac{kx_A^2}{2}$$

(k – współczynnik sprężystości), a gdy wprowadzimy umowę, że przy braku odkształcenia $E_p = 0$, to:

$$E_p(x) = \frac{kx^2}{2}$$

Całkowita energia mechaniczna E układu ciał oddziałujących grawitacyjnie jest sumą energii kinetycznej i potencjalnej. W przypadku układu dwóch ciał w dowolnie wybranym układzie inercjalnym mamy więc dwie ener-

[4] W podręczniku wzór na pracę wykonaną przez siłę zewnętrzną równoważącą siłę pola grawitacyjnego oraz przez siłę pola podajemy bez wyprowadzania; informujemy jedynie uczniów, jakie rozumowanie stosują fizycy, aby obliczyć pracę wykonaną przez zmieniającą się siłę.

gie kinetyczne i jedną energię potencjalną ich wzajemnego oddziaływania. W układzie odniesienia związanym z jednym z tych ciał (o masie $m \ll M$) energia mechaniczna układu składa się z jednej energii kinetycznej i jednej energii potencjalnej: $E = E_k + E_p$.

Rozważmy układ dwóch ciał działających na siebie siłami zależnymi od położenia. Załóżmy, że na ciało B oprócz siły wewnętrznej $\vec{F}_w$ działa (dowolna) siła zewnętrzna $\vec{F}_z$ od jakiegoś ciała (lub ciał) nienależącego do układu (układ odniesienia wiążemy z ciałem A o dużej masie). Ciało B zmienia położenie o niewielkie $\Delta\vec{r}$, tak aby $\vec{F}_w$ i $\vec{F}_z$ można było uważać za stałe. Wówczas:

$$\Delta E_k = \vec{F}_{wyp.} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$\Delta E_k = (\vec{F}_{zewn.} + \vec{F}_{wewn.}) \cdot \Delta\vec{r} = \vec{F}_{zewn.} \cdot \Delta\vec{r} + \vec{F}_{wewn.} \cdot \Delta\vec{r} = \vec{F}_{zewn.} \cdot \Delta\vec{r} + \Delta E_p$$

ale $\Delta E_k + \Delta E_p = \Delta E$, zatem:

$$\Delta E = \vec{F}_{zewn.} \cdot \Delta\vec{r} \tag{5}$$

Doszliśmy do bardzo istotnego wniosku: **Zmiana energii mechanicznej układu ciał jest równa pracy siły zewnętrznej, wykonanej nad układem**[5].

Wyciągnijmy wnioski ze wzoru (5). Gdy siła zewnętrzna wykonuje nad układem pracę dodatnią, energia mechaniczna tego układu wzrasta, a gdy wykonuje pracę ujemną – energia układu maleje. **Energia mechaniczna układu ciał jest stała** (nie zmienia się w czasie mimo zmiany jego stanu), **gdy siła zewnętrzna nie wykonuje nad tym układem pracy**. Sformułowanie to można uznać za zasadę zachowania energii mechanicznej dla układów ciał, w których działają siły niezależne od czasu i zależne tylko od położenia.

Nie jest więc konieczne założenie braku siły zewnętrznej, jak w przypadku zasady zachowania pędu – siła taka może działać, byle nie wykonywała pracy. Uczniowie, rozwiązując zadania z jakiegokolwiek zbioru, spotykają mnóstwo przykładów, opisujących takie właśnie przypadki. Będzie to np. ruch klocka po równi pochyłej bez uwzględnienia tarcia. Jeśli umówimy się, by rozważać układ złożony z dwóch ciał: klocka i Ziemi, oddziałujących grawitacyjnie, to siła reakcji równi jest siłą zewnętrzną. Jednak jest ona prostopadła do wektora przemieszczenia klocka, zatem nie wykonuje pracy – są spełnione warunki stałości energii układu. Innym przykładem jest ruch wahadła (bez oporów). Siła reakcji nici (lub siła reakcji w punkcie zawieszenia) jako prostopadła w każdym punkcie do wektora przemieszczenia, nie wykonuje pracy.

Ze wzoru (5) możemy obliczyć tylko zmianę energii mechanicznej układu przy przejściu z jednego stanu do drugiego. Wzór ten nie daje nam możliwości obliczenia energii układu w danym stanie. Aby to było możliwe, należy wprowadzić umowę, w którym stanie układu jego energię mechaniczną będziemy uważać za równą zeru. Wprowadziwszy tę umowę, obliczamy zmianę energii przy przejściu ze stanu o zerowej wartości energii do dowolnego innego stanu. Energia w nowym stanie będzie równa tej zmianie.

Jak już wspomniano, informacje tutaj zawarte nie muszą być w procesie nauczania dyskutowane w takiej kolejności, w jakiej je przedstawiono. Można zacząć od wprowadzenia energii mechanicznej (wówczas wzór (5) będzie definicją zmiany tej energii), następnie wyliczyć, że $\Delta E = \vec{F}_{wyp.} \cdot \Delta\vec{r} - \vec{F}_{wewn.} \cdot \Delta\vec{r}$, i pierwszy z tych składników nazwać zmianą energii kinetycznej, a drugi – zmianą energii potencjalnej.

Energia jest funkcją stanu układu ciał. Zdanie to należy rozumieć dosłownie, zgodnie z rozumieniem pojęcia funkcji: w jednym stanie układ może mieć **jedną i tylko jedną** wartość energii mechanicznej; tak więc stan układu jednoznacznie wyznacza jego energię. Nie jest jednak odwrotnie – **tę samą wartość energii układ może posiadać w różnych stanach**. Z energii nie wynika więc stan układu. Gdy spełniony jest warunek zachowania energii mechanicznej układu, jego energia jest jednakowa w każdym stanie (uczeń poznaje takie przypadki już w pierwszej klasie gimnazjum – spadanie swobodne, rzut pionowy w górę). Zatem gdy zmienia się stan układu, jego energia może się zmieniać lub nie.

Pragniemy zwrócić uwagę, że często słyszy się bardzo szkodliwy (bo nieprawdziwy!) slogan: Energia charakteryzuje stan układu ciał. To stwierdzenie sugeruje, że z wartości energii układu wynika jego stan – jest to oczywiście całkowicie sprzeczne z tym, co powiedziano powyżej.

Każdy nauczyciel zdaje sobie sprawę, jak ważne w procesie nauczania jest dobieranie odpowiednich zadań, które są dobrą ilustracją poznanych definicji i praw fizycznych. Zadania takie utwierdzają uczniów w przekonaniu, że poznane definicje i prawa umożliwiają operatywne działanie, a nie służą jedynie do tego, aby je obwieść kolorowymi ramkami w zeszycie.

[5] Jeśli mielibyśmy do czynienia z **jednym** ciałem w polu sił zewnętrznych, to wzór (5) dotyczy oczywiście tylko zmiany jego energii kinetycznej.

ul. Tetmajera 19, 31-352 Kraków, tel. +48 12 623 25 00, faks +48 12 623 25 24
e-mail: zamkor@zamkor.pl, adres serwisu: www.zamkor.pl

Weźmy pod uwagę następujący temat, który można znaleźć w każdym zbiorze zadań: Oblicz, jaką drogę przebędzie łyżwiarz do chwili zatrzymania się, jeśli jego prędkość początkowa ma wartość v_0, a współczynnik tarcia łyżew o lód wynosi *f*.

Bardzo popularny komentarz, który wypowiada się podczas rozwiązywania tego zadania: Energia kinetyczna łyżwiarza zostaje zamieniona na pracę wykonywaną przy pokonywaniu tarcia (lub: ...wykonaną przeciwko sile tarcia), po czym następuje zapis

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg\,f \cdot s$$

Żaden z tych komentarzy nie wydaje się zadowalający, zawiera on bowiem szereg niejasności, np. 1) pojęcie pracy zostało tutaj użyte w innym kontekście niż dotychczas, 2) kto (lub co) wykonuje pracę? 3) dlaczego obliczając pracę, pomijamy kąt zawarty między siłą a przemieszczeniem? Wnikliwi uczniowie czują, że coś tutaj nie jest w porządku i tracą zaufanie do poprzednio przyswojonej wiedzy – taka sytuacja jest wysoce niepożądana.

Zadanie to (jak wiele innych, podobnych: zarywanie się pocisku w grunt, przebijanie deski przez pocisk itp.) powinno zostać rozwiązane na podstawie definicji zmiany energii kinetycznej.

$$\Delta E_\mathrm{k} = W_{\text{siły wypadkowej}} = W_{\text{siły tarcia}}$$

$$E_\mathrm{k} - E_{\mathrm{k}0} = Ts\cos 180^\circ \qquad\qquad 0 - \frac{mv_0^2}{2} = mgf \cdot s \cdot (-1) \quad \text{itd.}$$

Rozdział 4. Zjawiska hydrostatyczne

W związku z liniowym charakterem podstawy programowej hydrostatyka występuje tylko w jej części realizowanej w gimnazjum w postaci następujących haseł (3.6–3.9):

- Uczeń posługuje się pojęciem ciśnienia (w tym ciśnienia hydrostatycznego i atmosferycznego).
- Uczeń formułuje prawo Pascala i podaje przykłady jego zastosowania.
- Uczeń analizuje i porównuje wartości sił wyporu dla ciał zanurzonych w cieczy i w gazie.
- Uczeń wyjaśnia pływanie ciał na podstawie prawa Archimedesa.

Uczniowie mają także obowiązek przeprowadzić doświadczenie (9.3).

- Uczeń dokonuje pomiaru siły wyporu za pomocą siłomierza (dla ciała wykonanego z jednorodnej substancji o gęstości większej od gęstości wody).

Sformułowania haseł w gimnazjalnej podstawie programowej są mało precyzyjne, stąd zachodzi obawa, że wiedza wyniesiona z gimnazjum, dotycząca zjawisk hydrostatycznych, może być zróżnicowana i niepełna, w szczególności co do ilościowego ich opisu.

W podręczniku wszystkie treści przypominamy, uzupełniamy, ilustrujemy obliczeniami, a także rozszerzamy o następujące problemy:

- paradoks hydrostatyczny,
- równowaga cieczy w naczyniach połączonych,
- zastosowanie prawa Archimedesa do wyznaczania gęstości ciał stałych i cieczy.

Rozdział 5. Pole grawitacyjne

Niektóre treści z tego działu uczeń poznał, ucząc się fizyki w zakresie podstawowym. Obecnie będą one poszerzane i uzupełniane.

Konstrukcja i kolejność wprowadzania pojęć w tym rozdziale jest taka, jak we wszystkich podręcznikach poprzednio wydawanych przez ZamKor.

Należy pamiętać o tym, że z pojęciem pola sił uczniowie zapoznają się tutaj po raz pierwszy; w tym miejscu zaczyna się kształtować to pojęcie, które będzie w umysłach uczniów ewoluowało przez następne lata. Mamy nadzieję, że uczniowie, mający już pewne doświadczenie w procedurze wprowadzania pojęć fizycznych, zauważą, że definicje wielkości, które służą do ilościowego opisu pola (natężenie i potencjał), są racjonalnie uzasadnione. Autorki podręcznika dołożyły starań, aby definicje tych ważnych wielkości były przyswojone ze zrozumieniem.

O energii potencjalnej w polu grawitacyjnym była już mowa w poprzednim paragrafie tego omówienia. Po paragrafach dotyczących pracy i energii w polu grawitacyjnym stawiamy pytania (1a, b, c na str. 187), mające na celu utrwalenie istoty trudnego pojęcia energii potencjalnej, ważnego także w innych polach zachowawczych.

W rozdziale *Pole grawitacyjne* kształtujemy w dalszym ciągu umiejętność opisu zagadnień z dynamiki w układach inercjalnych i nieinercjalnych. Różnicę między siłą grawitacji a ciężarem ciała wyjaśniamy w podręczniku w układzie nieinercjalnym obracającej się Ziemi, bo ten opis jest bardziej naturalny. W zadaniu 1 na stronie 184 polecamy jednak uczniom wyjaśnienie tej różnicy także z punktu widzenia obserwatora w układzie inercjalnym. Jeśli nauczyciel uzna za stosowne, może z tego wyjaśnienia zrezygnować. Jest to jeden z nielicznych przypadków, kiedy opis w układzie inercjalnym jest dość sztuczny; w istocie mamy tu do czynienia z rozkładaniem siły (grawitacji) na dwie składowe, przy czym jedna z nich jest określona zarówno co do wartości, jak i kierunku (siła dośrodkowa), a druga (pozostała, także wyznaczona wówczas jednoznacznie) jest ciężarem.

Radzimy nie rezygnować z zadania 4 na stronie 204, które jest ciekawe i rozwija wyobraźnię (sztuczna grawitacja).

Rozdział 6. Ruch postępowy i obrotowy bryły sztywnej

W podręczniku zwracamy uwagę na niezmiernie istotny fakt, że w przypadku gdy bryła obraca się wokół swojej osi symetrii, związek między całkowitym momentem pędu $\vec{L}$ bryły i jej prędkością kątową $\vec{\omega}$ można zapisać w postaci wektorowej

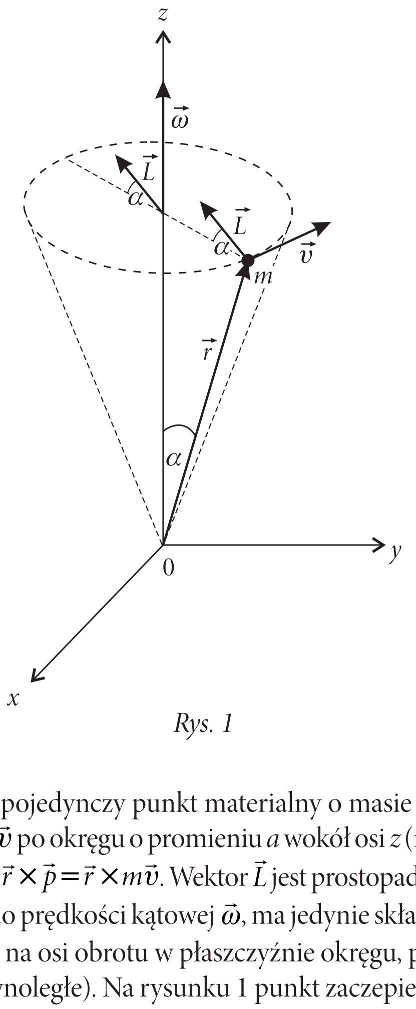
$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

(I – moment bezwładności bryły względem osi, wokół której następuje obrót). Wówczas $\vec{L}$ jest momentem pędu względem dowolnego punktu, leżącego na osi obrotu. W przypisie na str. 226 podręcznika informujemy uczniów, że w przypadku gdy oś obrotu bryły nie jest jej osią symetrii, wektory $\vec{L}$ i $\vec{\omega}$ na ogół nie są do siebie równoległe.

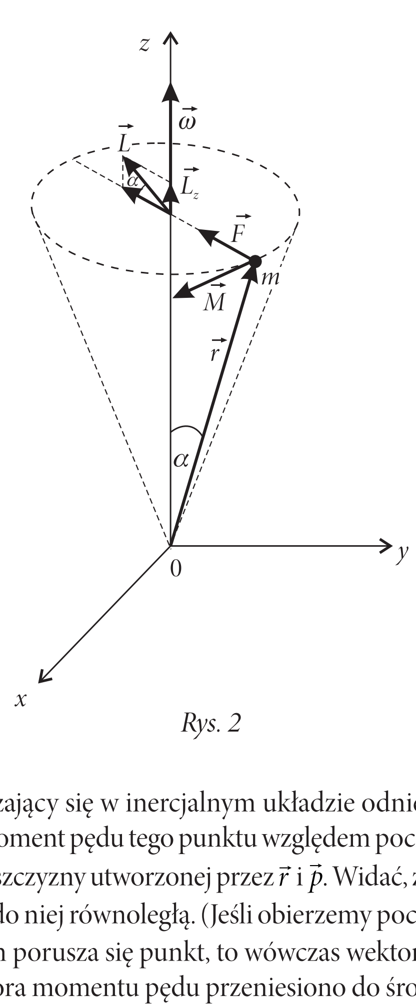
Bryła jest symetryczna względem osi obrotu, gdy dla każdego jej elementu istnieje identyczny element w przeciwnym położeniu, tzn. na tej samej prostej prostopadłej do osi w takiej samej od niej odległości.

Dociekliwi uczniowie mogą się zwracać do nauczyciela z prośbą o podanie (pokazanie) takich przykładów, w których moment pędu bryły $\vec{L}$ nie jest równoległy do jej prędkości kątowej $\vec{\omega}$. Można podać kilka takich niezbyt skomplikowanych (a zarazem bardzo pouczających) przykładów i warto polecić zainteresowanym uczniom dokonanie ich analizy.

Przytaczamy tutaj takie przykłady na podstawie starego wydania podręcznika Davida Hallidaya i Roberta Resnicka, *Fizyka*, t. 1, PWN, Warszawa 1993.



Rys. 1



Rys. 2

1.

Rozpatrzmy pojedynczy punkt materialny o masie m poruszający się w inercjalnym układzie odniesienia x, y, z z prędkością $\vec{v}$ po okręgu o promieniu a wokół osi z (rys. 1). Moment pędu tego punktu względem początku układu 0 wynosi $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$. Wektor $\vec{L}$ jest prostopadły do płaszczyzny utworzonej przez $\vec{r}$ i $\vec{p}$. Widać, że **nie jest** on równoległy do prędkości kątowej $\vec{\omega}$, ma jedynie składową $\vec{L}_z$ do niej równoległą. (Jeśli obierzemy początek układu tak, aby leżał na osi obrotu w płaszczyźnie okręgu, po którym porusza się punkt, to wówczas wektory $\vec{L}$ i $\vec{\omega}$ będą do siebie równoległe). Na rysunku 1 punkt zaczepienia wektora momentu pędu przeniesiono do środka okręgu.

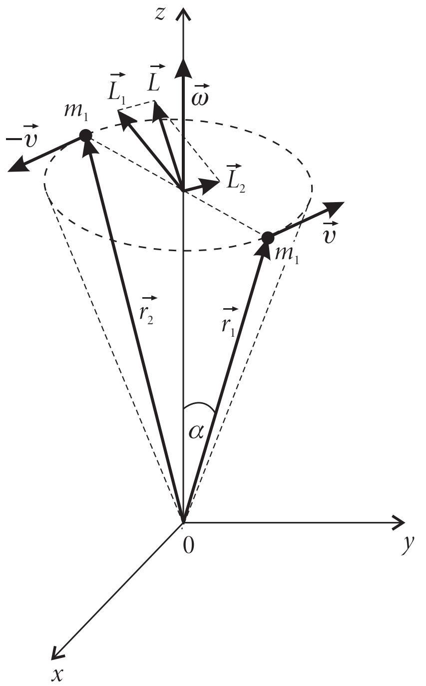
Z rysunku wynika, że podczas ruchu punktu o masie m wektor $\vec{L}$ **ulega zmianie** – zmienia się tylko jego kierunek, bowiem $\vec{L}$ obraca się także z prędkością kątową $\vec{\omega}$. Spójrzmy na ten fakt z punktu widzenia drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego.

$$\vec{M} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t}$$

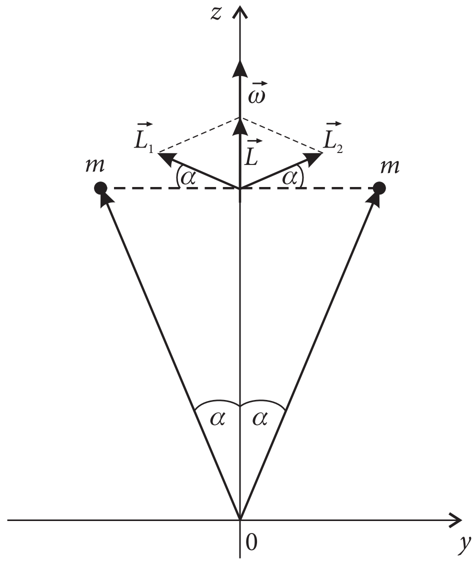
$\Delta\vec{L} \neq \vec{0}$, pytamy zatem, czy występuje siła, dająca względem punktu 0 różny od zera moment o takim samym kierunku i zwrocie, jak zmiana momentu pędu $\Delta\vec{L}$. Zmiana wektora $\vec{L}$, związana z jego obrotem, jest prostopadła do samego wektora $\vec{L}$ (czyli jest równoległa do stycznej do okręgu. Taki sam kierunek i zwrot powinien mieć moment siły $\vec{M}$. Jest to moment siły dośrodkowej $\vec{F}$ ($\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$), która musi działać, aby punkt materialny o masie m mógł wykonywać ruch jednostajny po okręgu. Łatwo sprawdzić (rys. 2), że zwroty $\vec{M}$ i $\Delta\vec{L}$ są zgodne.

2.

Załóżmy teraz, że po tym samym okręgu poruszają się dwa punkty materialne, tak jak na rysunku 3. Jeśli masy m_1 i m_2 są różne, to ich momenty pędów $\vec{L}_1$ i $\vec{L}_2$ względem punktu 0 tworzą z osią takie same kąty, ale mają różne wartości (rys. 3); wypadkowy moment pędu $\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$ układu nie jest równoległy do wektora prędkości kątowej – wszak układ ten nie jest symetryczny względem osi obrotu.



Rys. 3



Rys. 4

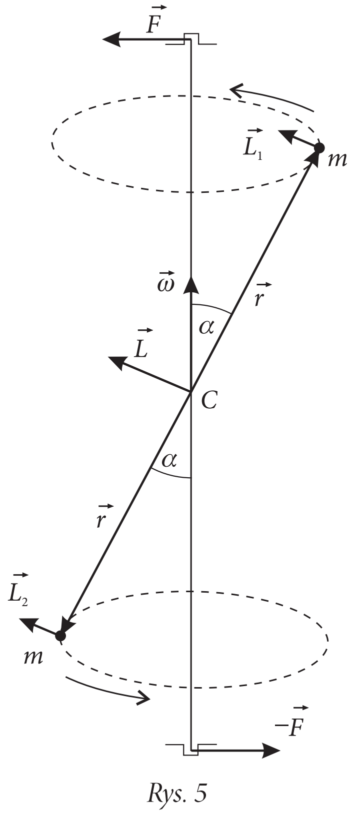
Jeśli jednak $m_1 = m_2 = m$, to $L_1 = L_2$ i całkowity moment pędu układu jest równoległy do $\vec{\omega}$ (rys. 4); wówczas związek można zapisać w postaci wektorowej: $\vec{L} = I\vec{\omega}$. Podczas ruchu punktów po okręgu moment pędu układu nie ulega zmianie. Warto zauważyć, że nie zależy on także od położenia punktu 0 (początku układu) na osi obrotu. Zgodnie z tym wypadkowy moment siły powinien być równy zeru. Łatwo sprawdzić, że suma momentów sił dośrodkowych względem punktu 0 jest równa zeru.

3.

Inny prosty przykład niesymetrycznego ciała sztywnego, które porusza się ruchem obrotowym, przedstawia rysunek 5.

Na końcach lekkiego drążka, który tworzy kąt α z nieruchomą osią obrotu, przechodzącą przez środek masy układu C, zaczepione są jednakowe kulki o masach m. Układ obraca się ze stałą prędkością kątową $\vec{\omega}$. Łatwo sprawdzić, że moment pędu $\vec{L}$ układu względem punktu C jest prostopadły do drążka, zatem nie jest równoległy do $\vec{\omega}$. $\vec{L}$ obraca się wraz z drążkiem.

W chwili przedstawionej na rysunku 5 wektor zmiany momentu pędu $\Delta\vec{L}$ jest prostopadły do rysunku i zwrócony przed rysunek. Tak samo zwrócony jest wypadkowy moment siły, będący sumą momentów sił, które działają na układ ze strony łożysk. Gdyby nie te siły, działające na oś obrotu, a następnie przenoszone na kulki przez sztywno umocowany drążek, kulki ustawiłyby się w położeniu poziomym, w którym prędkość kątowa byłaby do drążka prostopadła.



Rys. 5

Na koniec przypominamy **wyłącznie nauczycielom**, że w przypadku **dowolnego ciała** sztywnego, obracającego się wokół dowolnej osi obrotu $L = I\omega$, gdzie I jest tensorem bezwładności. Moment pędu bryły w układzie współrzędnych x, y, z ma wówczas współrzędne:

$$L_x = I_{xx}\omega_x + I_{xy}\omega_y + I_{xz}\omega_z$$
$$L_y = I_{yx}\omega_x + I_{yy}\omega_y + I_{yz}\omega_z$$
$$L_z = I_{zx}\omega_x + I_{zy}\omega_y + I_{zz}\omega_z$$

gdzie współczynniki I_{jk} tworzą tzw. macierz tensora bezwładności i zależą od rozkładu masy bryły względem jej osi obrotu. **Dla każdego ciała sztywnego** można tak dobrać kierunki osi x, y, z, że różne od zera są tylko wyrazy diagonalne I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}. Stanowią one główne momenty bezwładności ciała, a osie x, y, z są jego głównymi momentami bezwładności (względem tych osi). Jeśli oś obrotu stanowi jedną z osi głównych, to $\vec{L}$ jest równoległe do $\vec{\omega}$. Z tego, co powiedziano wyżej, wynika, że oś główna niekoniecznie musi być osią symetrii ciała. Jednak jest odwrotnie: jeśli ciało jest symetryczne, to oś symetrii jest na pewno jedną z jego osi głównych.